تحليل البيانات

إعداد: سامح محمد

ماجستير إدارة أعمال

هذه المقالات تم نشرها في:

موقع الإدارة والهندسة الصناعية

http://samehar.wordpress.com

2010

المحتويات

التعامل مع البيانات

يونيو 20, 2009

الإدارة السليمة تعتمد على المعلومات السليمة ولذلك فإن المديرين يحتاجون أن يتعاملوا مع البيانات وأن يستنبطوا منها معلومات تساعدهم على اتخاذ القرارات. على الجانب الآخر فإن المهندسين الصناعيين يستخدمون البيانات في دراساتهم لتحسين العمليات وهم يستخدمون أدوات متقدمة لتحليل البيانات.

أحاول في هذه المقالة والمقالات التالية تقديم بعض الأساليب البسيطة لتلخيص البيانات واستخراج معلومات مفيدة منها.

تلخيص البيانات

افترض أنك حصلت على معلومات حول درجات الطلاب في الامتحان أو درجات حرارة الجو في في كل يوم خلال شهر ما أو حجم المبيعات في كل شهر خلال العام أو عدد العيوب في المنتج خلال فترات دورية أو ما شابه ذلك. كيف يمكننا شرح هذه البيانات باستخدام عدد قليل من الأرقام؟ كيف يمكننا التعليق على هذه البيانات ومقارنتها ببيانات فترة أو فترات سابقة؟ قد يتبادر لذهنك المتوسط الحسابي وهو فعلا أحد وسائل وصف البيانات ولكن هناك أرقاما اخرى تصف لنا هذه البيانات.

المتوسط الحسابي Average or Mean: المتوسط الحسابي هو من الأرقام التي يشيع استخدامها نظرا لبساطته ولكونه مؤشرا عاما يالتعامل مع البياناتمكن أن يعبر عن كل البيانات. ولكن المتوسط الحسابي لا يعبر تعبيرا كاملا عن البيانات ولذلك فإن هناك أرقاما أخرى لها أهميتها.

المتوسط الحسابي سهل في حسابه فهو حاصل قسمة مجموع البيانات على عددها. على سبيل المثال لو كانت البيانات عبارة عن درجة حرارة الجو خلال ست ساعات وكانت درجة الحرارة في كل ساعة كالتالي:

105، 107، 111، 108، 104، 109

فإن المتوسط الحسابي يكون (105+107+111+108+104+109)\6= 644\6= 107.3 درجة مئوية

وهكذا فإننا نستطيع أن نقول إن درجة الحرارة المتوسطة خلال الست ساعات هي 107.3 درجة مئوية. هذا الرقم يعطينا انطباعا عاما عن درجة الحرارة خلال الفترة كلها. ويمكننا استخدام هذا الرقم لمقارنة درجة حرارة اليوم بالأمس.

الوسيط Median: الوسيط هو رقم غير شائع الاستخدام والكثيرون لا يعرفونه أصلا مع أن دلالته قوية وفهمه أيسر من فهم المتوسط الحسابي. الوسيط هو رقم مشابه للمتوسط الحسابي ولكنه يعني ببساطة:

إن 50% من البيانات أقل من هذه القيمة و 50% من البيانات أعلى من هذه القيمة.

فمثلا لو كانت درجات تسعة طلبة هي:

97، 90، 80 ، 95، 83، 64، 77، 90، 84

فإن الوسيط يكونالتعامل مع البيانات 84 لأن أربعة طلبوا حصلوا على درجة أعلى من تلك الدرجة وأربعة طلبة حصلوا على درجة أقل من تلك الدرجة. وبالتالي يكون 50% من الطلبة حصلوا على أعلى من 84 و 50% حصلوا على أقل من 84.

وللوسيط أهمية عندما تكالتعامل مع البياناتون هناك قيم قليلة متطرفة أي أن قيمتها تبتعد كثيرا عن باقي البيانات. ففي المثال السابق فإن المتوسط الحسابي هو 760\9= 84.4 وهي قيمة تقترب كثيرا من قيمة الوسيط. ولكن ماذا لو كانت درجة الطالب الذي حصل على 64 في المثال السابق هي 25 درجة فقط. في هذه الحالة لا يتغير الوسيط ولكن

المتوسط الحسابي يصبح 80 وهي قيمة تقل عن الوسيط بسبب وجود قيمة واحدة قليلة جدا. في هذه الحالة تجد أن الوسيط يعطيك معنى أفضل. وعلى كل حال فإن المتوسط والوسيط قد يستخدمان معا.

وعند التعليق على البيانات فإنه لا يلزم أن تستخدم لفظ وسيط فقد لا يفهمك الآخرون ولكن يمكنك أن توضح أن 50% من الطلبة حصلوا على أعلى من 84 درجة. وبالطبع فإن المستمع يفهم أن الـ 50% الآخرين حصلوا على أقل من 84 درجة.

قد يكون عدد البيانات هو رقم زوجي مثل أن يكون عدد الطلبة هو 10 وليس 9. في هذه الحالة فإن الوسيط يكون هو متوسط القيمتين المتوسطتين.

مثال: درجات الطلبة هي:

70، 90، 85، 95، 100، 10، 80، 96، 86، 92

نقوم بترتيب البيانات تصاعديا:

10، 70، 80، 85، 86، 90، 92، 95، 96، 100

فيكون الوسيط هو متوسط الرقمين: 86 و 90 أي 88

لاحظ أن المتوسط هنا هو 80.4 نظرا لوجود قيمة متطرفة جدا هي 10.

المنوال Mode: المنوال هو القيمة الأكثر تكررا في مجموعة البيانات.
مثال: لدينا سرعة عشر سيارات مرت خلال الخمس دقائق الماضية على طريق ما وهي كالتالي:
100، 90، 80، 95، 85، 90، 82، 77، 90، 76

في هذه الحالة يكون المنوال هو 90 لأن هذه السرعة تكررت ثلاث مرات. وهذا يعني أن سرعة 90 كم/ساعة هي السرعة الأكثر شيوعا بين هذه السيارات العشر ومن الطبيعي أن تكون سيارات كثيرة سرعتها تقترب من هذه القيمة.

قد يكون هناك اكثر من منوال عند تساوي تكرار قيمتين وقد لا يكون هناك أي منوال عندما لا تتكرر أي قيمة.

الربعين الادنى والأعلى Quartiles: الربعين الأدنى والأعلى هما مماثلان للوسيط ولكنهما يمثلان نسبة 25% و 75% أي القيمة التي يكون 25% من البيانات أقل منها والقيمة التي يكون 75% من البيانات أقل منها.

هذه القيم تساعدنا كثيرا على فهم البيانات ومقارنتها ببيانات مماثلة لفترة سابقة أو مدرسة أخرة أو شركة أخرى وهكذا.

قيمة الربع الأدنى هي قيمة الملاحظة (البيان) المناظر لـ

0.25*(عدد المشاهدات أو البيانات + 1)

أما قيمة الربع الأعلى فهي القيمة المناظرة لـ

0.75*(عدد المشاهدات أو البيانات + 1)

كما في حساب الوسيط فإن قيمة كلا من الربع الأدنى والأعلى قد تصادف بيانا بعينه أو تكون قيمة متسطة بين قيمتين.

مثلا إذا كانت البيانات تمثل درجات 1 طالبا فإن قيمة الربع الأدنى تكون هي القيمة المناظرة لـ

0.25*(11+1)=3

وقيمة الربع الأعلى تكون القيمة المناظرة لـ

9=(11+1)*0.75

فلو كانت الدرجات كالتالي:

35، 40، 66، 76، 80، 82، 86، 90، 94، 95، 96

فإن قيمة الربع الأدنى تكون 66 وقيمة الربع الأعلى تكون 90 أي أن 25% من الطلبة حصلوا على أقل من 66 و 75% من الطلبة حصلوا على أقل من 90.

أما لو كان عدد الطلبة 12 مثلا فإن القيمة المطلوبة تكون قيمة متوسطة بين قيمتين.

وأسلوب الحساب ليس مهما بالنسبة لنا لأننا نستخدم الحاسوب والذي سيقوم بحساب كل هذه القيم لك. من أشهر البرامج التي تقوم بذلك برنامج إكسل الواسع الانتشار وبرنامج SPSS المتخصص في الإحصاء. وهناك مواقع على الإنترنت قد توفر ذلك مجانا كذلك. فالمهم هو فهم معنى كل رقم من هذه الأرقام.

وعند استخدام هذه الأرقام في مجال العمل فإنه من الأفضل أن تشرحها في تعليقك على البيانات بمعنى ان تقول أن 75% من الطلبة حصلوا على درجة أعلى من كذا. فإن القارئ أو المستمع ربما ينزعج عند استخدامك لمصطلح لا يعرفه مثل مصطلح الربع الأدنى أو الأعلى ولكنه يستطيع فهم الجملة السابقة بسهولة.

في المقالات التالية إن شاء الله نستكمل الحديث لنوضح أرقاما أخرى ونبين كيفية استخدام برنامج إكسل للقيام بكل تلك الحسابات.

مقالات ذات صلة:

تحليل البيانات

من مراجع الموضوع:

Lean Six Sigma Pocket ToolBook, M. George at al., MCGrawHill, 2005

Applied Statistical Methods, W. Carlson and B. Thorne, Prentice Hall, 1997

Statistics for Managers, Levine et al., Prentice Hall, 1999

مواقع ذات صلة بالموضوع:

الإحصاء

مقاييس الإحصاء الوصفي

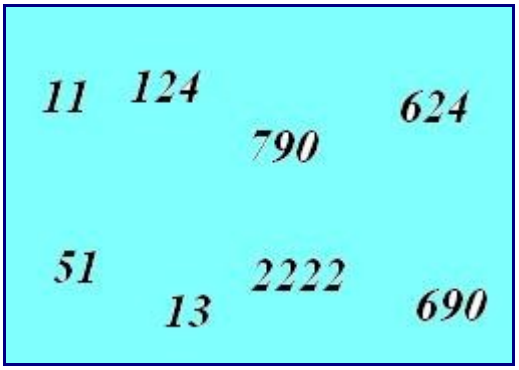
الإحصاء الوصفي

Free Statistics and Forecasting Software

تلخيص البيانات-2

يونيو 28, 2009

ناقشت في المقالة السابقة بعض الأرقام الإحصائية التي تستخدم لتلخيص مجموعة من البينات وللمقارنة بين فترات مختلفة. نستكمل في هذه المقالة الحديث فنناقش بعض الأرقام التي تعطينا بعض المعلومات الإضافية عن البيانات.



القيمة القصوى والقيمة الدنيا Maximum and Minimum: القيمة القصوى هي أكبر قيمة في مجموعة البينات والقيمة الدنيا هي أقل قيمة.

مثال: تم قياس الوقت الذي تستغرقه عملية ما عشر مرات وكانت البيانات كالتالي:

17، 13، 16، 16، 14، 13، 11، 15، 18، 17 ثانية

في هذه الحالة تكون القيمة القصوى هي 18 والقيمة الدنيا هي 11 ثانية. وهذه المعلومة تجعلنا نتصور التغير الذي يحدث في وقت العملية. فهناك فارق بين أن يكون وقت العملية يتراوح بين 11 و 18 ثانية وأن يكون يتراوح بين 8 و 21 ثانية أو 13 و 16 ثانية.

المدى Range: المدى هو الفارق بين القيمة القصوى والقيمة الدنيا. في المثال السابق يكون المدى هو 7 ثوان. المدى يبين مقدار التغير الذي يحدث في البيانات.

منتصف المدى Midrange: هو المتوسط الحسابي للقيمة الدنيا والقصوى. ففي المثال السابق يكون منتصف المدى هو (11+18)\ 2= 14.5 ثانية

ذكرت في المقالة السابقة أن المتوسط الحسابي يتأثر بوجود قيم متطرفة وأحب أن ألفت الانتباه هنا إلى أن منتصف المدى يتأثر بالقيم المتطرفة بشكل أكبر نتيجة لاعتماده على القيمة الدنيا والقيمة القصوى فقط. مشكلة هذا الأمر أن القيمة الدنيا أو القصوى ربما كانت مجرد قيمة غير حقيقية نتيجة لخطأ في القياس أو التسجيل أو نتيجة لظروف نادرة التكرار.

الانحراف المعياري Standard Deviation:

الانحراف المعياري هو رقم شهير جدا حتى أن الكثير من البيانات يتم التعبير عنها عن طريق المتوسط الحسابي والانحراف المعياري. الانحراف المعياري يمكن وصفه بأنه متوسط بعد كل بيان أو كل قيمة عن المتوسط الحسابي. فمثلا قد يتساوى المتوسط الحسابي لمجموعتين من البيانات ولكن الانحراف المعياري لأحدهما يكون أكبر من الآخر. هذا يعني أن المجموعة الثانية تبتعد فيها القيم عن المتوسط الحسابي أكثر من الأولى. على سبيل المثال: قد يتساوى متوسط درجة الحرارة لبلدين ولكن يكون الانحراف المعياري لإحداهما أكبر من الأخرى. هذا يعني أن درجة الحرارة في البلد ذات الانحراف الأكبر قد تبتعد أكثر عن الدرجة المتوسطة.

مثال: إذا كان متوسط نجاح الطلبة في مادة العلوم هو 77 درجة هذا العام و 77 درجة في العام الماضي ولكن الانحراف المعياري هذا العام هو 5 درجات بينا الانحراف المعياري هو 12 في العام الماضي. في أي الحالتين تكون معظم القيم قريبة من 77 درجة؟ الإجابة هي هذا العام لأن الانحراف المعياري أقل بكثير.

الانحراف المعياري يعبر عن التغير في القيم تعبيرا أدق من القيمة القصوى والدنيا لأنه يأخذ في الاعتبار بعد جميع القيم عن المتوسط الحسابي ولا تتوقف قيمته على قيمتين فقط.

الانحراف المعياري يرمز له بالرمز s إذا تم حسابه لجزء من المجتمع أي إذا كنا نستخدم عينة للتعبير عن المجتمع كله. كلمة مجتمع هنا تعني جميع قيم الشيء الذي ندرسه. فلو أخذنا عينة عشوائية من درجات الحرارة خلال اليوم فإننا نتحدث عن عينة. في هذه الحالة فإن الانحراف المعياري يتم حسابه كالتالي:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2}{n-1}}$$

وهو عبارة عن الجذر التربيعي لمجموع (مربع الفارق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي) مقسوما على عدد القيم منقوصا منها واحد.

أما عند وجود بينات كاملة للمجتمع كله مثل جميع درجات الطلبة في الاختبار فإن الانحراف المعياري يحسب كالتالي:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{X})^2}{N}}$$

الفارق هو أننا نقسم هنا على عدد البيانات ولا ننقص منها واحدا. ويسمى الانحراف المعياري في هذه الحالة بـ سيجما σ وهي التي ينسب إليها مصطلح Six Sigma. بصفة عامة فالانحراف المعياري له استخدامات كثيرة قد نناقشها في مقالات لاحقة إن شاء الله.

لماذا نستخدم الجذر التربيعي والتربيع؟ الفارق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي مقسوما على عدد القيم هو ما نريده. ولكن هذه القيم قد تلاشي بعضها البعض أي أن الفارق قد يكون موجبا أحيانا وسالبا احيانا. لذلك نلجأ للتربيع ليكون الفارق موجبا دائما. ثم نلجا للجذر التربيعي ليكون للانحراف المعياري نفس وحدات المتوسط الحسابي ونفس وحدات القيم نفسها.

في الواقع لا يهمني كثيرا أن أوضح تفاصيل الحسابات أكثر من ذلك لأنه من المتوقع أنك ستستخدم الحاسوب للقيام بذلك.

معامل الاختلاف Coefficient of Variation:

عندما يكون لدينا حالتان متقاربتان في المتوسط الحسابي فإن المقارنة بين قيم الانحراف المعياري تبين لنا أي الحالتين أكثر تغيرا. ولكن ماذا إذا كان المتوسط الحسابي لإحدى الحالتين أكبر بكثير من المتوسط الحسابي للحالة الأخرى؟ في هذه الحالة فإن مقارنة الانحراف المعياري لا تكون معبرة عن مدى التغير. لذلك نستخدم معامل الاختلاف وهو مجرد نسبة الانحراف المعياري للمتوسط الحسابي.

مثال: إذا كان المتوسط الحسابي لمبيعات شركة ما هو 500 جنيه والانحراف المعياري هو 50 بينما المتوسط لشركة أخرى يساوي 200 والانحراف المعياري يساوي 30 فأي الحالتين أكثر تغيرا؟

معامل الاختلاف للحالة الأولى = 50\500 = 0.1

بينما معامل الاختلاف للحالة الثانية = 30\200=0.15

كما ترى فإن معامل الاختلاف في الحالة الثانية أكثر من الأولى مما يعني أن التغير في القيم في الحالة الثانية أكبر من الأولى.

في المقالات التالية إن شاء الله نستكمل الحديث ونبين كيفية استخدام برنامج إكسل للقيام بكل تلك الحسابات.

مقالات ذات صلة بالموضوع:

تحليل البيانات

من مراجع الموضوع:

Lean Six Sigma Pocket ToolBook, M. George at al., MCGrawHill, 2005

Applied Statistical Methods, W. Carlson and B. Thorne, Prentice Hall, 1997

Statistics for Managers, Levine et al., Prentice Hall, 1999

مواقع ذات صلة بالموضوع:

الإحصاء

مقاييس الإحصاء الوصفي

الإحصاء الوصفي

Standard Deviation – Wikipedia

تلخيص البيانات باستخدام برنامج إكسل

يوليو 6, 2009

ناقشت في المقالتين السابقتين بعض الأرقام التي تستخدم للتعبير عن مجموعة من البيانات مثل المتوسط الحسابي والوسيط والانحراف المعياري والمدى وغيرهم. في هذه المقالة أبين كيفية استخدام برنامج إكسل لحساب تلك الأرقام بشكل مباشر.

هناك أسلوبان لحساب هذه الأرقام باستخدام برنامج إكسل:

الأسلوب الأول: يمكنك الحصول على العديد من الأرقام التي تلخص مجموعة البيانات بخطوة واحدة. ولكن قبل القيام بتلك الخطوة قد تحتاج لتضبيط برنامج إكسل كالآتي:

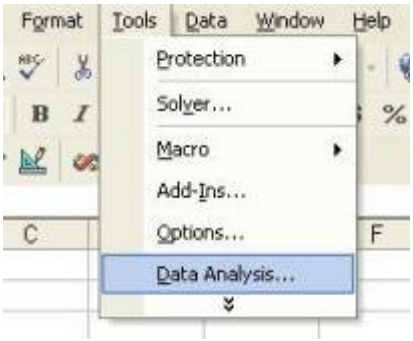
اضغط على Tools ثم Add-Ins

اختر Analysis ToolPak ثم اضغط OK

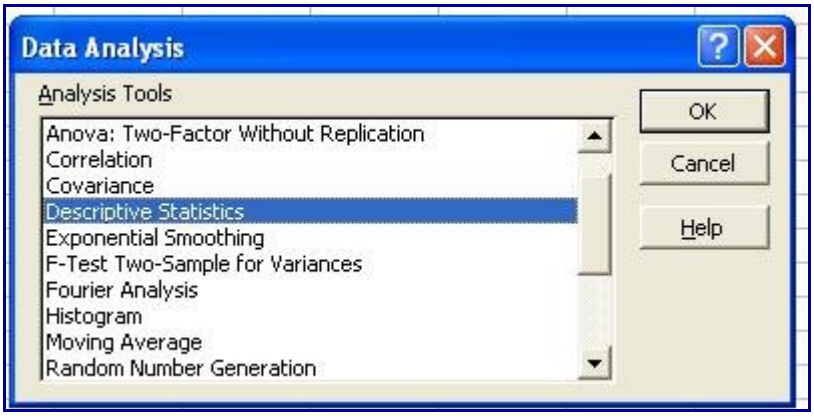
عندما نضغط على Tools الآن نجد أن إحدى الخيارات هو Data Analysis. افترض أن لدينا البيانات الآتية:

	A	B	C
1	112		
2	110		
3	100		
4	120		
5	90		
6	115		
7	97		
8	103		
9	112		
10	119		
11	100		
12	109		
13	98		
14	114		
15	107		
16	113		
17	112		
18	115		
19	119		
20	108		
21			
22			

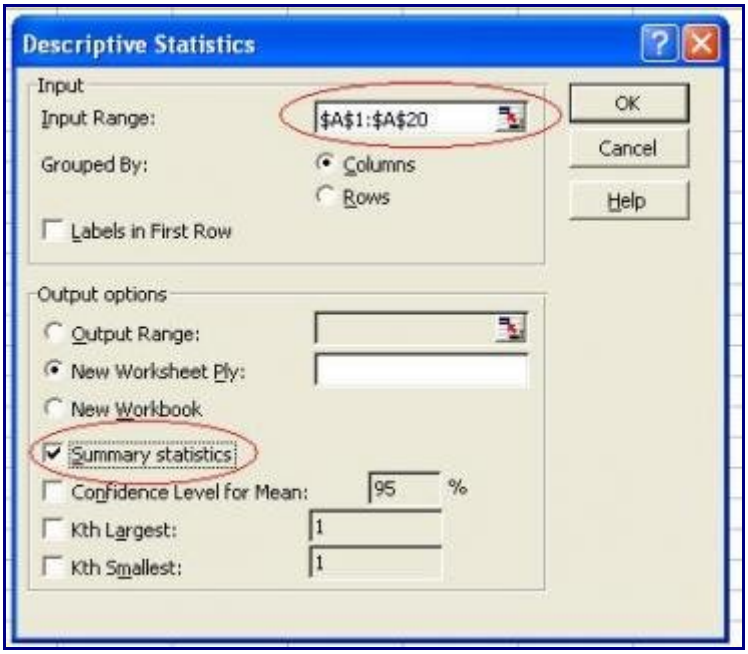
لكي نحلل هذه البيانات اضغط على tools ثم اختر Data Analysis



تظهر لك نافذة بها العديد من الخيارات. اختر Descriptive Statistics أي الإحصاء الوصفية



تظهر لك النافذة التالية وفيها يجب تحديد الخلايا التي بها البيانات وهي في حالتنا هذه A1:A20. يمكنك أن تختار باستخدام الفأرة بالطرق المعروفة. اختر كذلك Summary statistics كما بالشكل



تظهر لك البيانات التالية في صفحة منفصلة وقد وضعت أنا الترجمة العربية لكل رقم بالشكل أدناه.

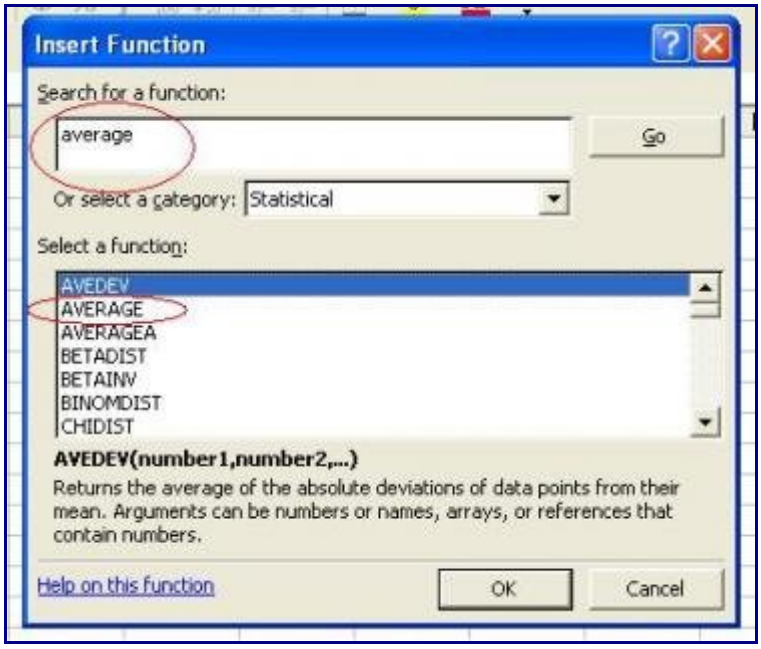
Column1			
Mean	108.65		المتوسط الحسابي
Standard Error	1.841445371		
Median	111		الوسيط
Mode	112		المنوال
Standard Deviation	8.235194051		الانحراف المعياري
Sample Variance	67.81842105		انحراف العينة
Kurtosis	-0.258992603		
Skewness	-0.650571846		
Range	30		المدى
Minimum	90		القيمة الدنيا
Maximum	120		القيمة القصوى
Sum	2173		المجموع
Count	20		عدد البيانات

كل هذه البيانات قد ناقشنا معناها في المقالتين السابقتين فيما عدا Standard Erros و Kurtosis و Skewness وهي أرقام ربما نناقشها في المستقبل.

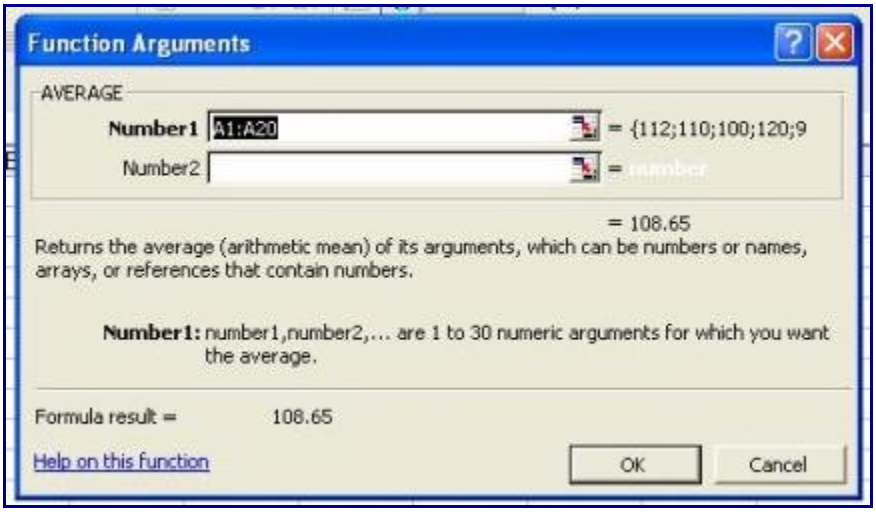
الأسلوب الثاني:

قد تكون لديك الرغبة في استخدام رقم واحد أو عدة أرقام من هذه الأرقام. في هذه الحالة قد تفضل استخدام الأسلوب الثاني.

يمكننا حساب كل رقم من تلك الأرقام باستخدام الدوال المتاحة في إكسل. هناك عدة طرق للبحث منها كتابة اسم الدالة العلمي في الخانة الأولى. والطريقة الثانية هي اختيار نوع معين من الدوال مثل اختيار الدوال الإحصائية Statistics والبحث فيها.



فمثلا لحساب المتوسط الحسابي فإننا نختار الدالة Average ثم في النافذة التالية نحدد المدى الذي يحتوي البيانات



فيظهر لنا المتوسط الحسابي في الخلية التي كتبنا فيها هذه الدالة وقيمته في هذا المثال 108.65

وكذلك لكل رقم من تلك الأرقام دالة لحسابه. هذه الدوال موضحة في الشكل أدناه.

=AVERAGE(A1:A20)	Average	المتوسط الحسابي
=MEDIAN(A1:A20)	Median	الوسيط
=QUARTILE(A1:A20,1)	Quartile	الربع الأدنى
=MODE(A1:A20)	Mode	المنوال
=MAX(A1:A20)	Max	القيمة القصوى
=MIN(A1:A20)	Min	القيمة الدنيا
=STDEV(A1:A20)	Standard Deviation (Sample)	الانحراف المعياري للعينة
=STDEVP(A1:A20)	Standard Deviation (Population)	الانحراف المعياري للمجتمع

فبكتابة أي دالة في أي خلية تحصل على الرقم الذي تريده.

بهذا نستطيع استخدام تلك الأرقام بكل سهولة. في المقالات التالية إن شاء الله نتعرض لمواضيع أكثر تقدما في تحليـل البيانات.

دراسة العلاقة بين متغيرين

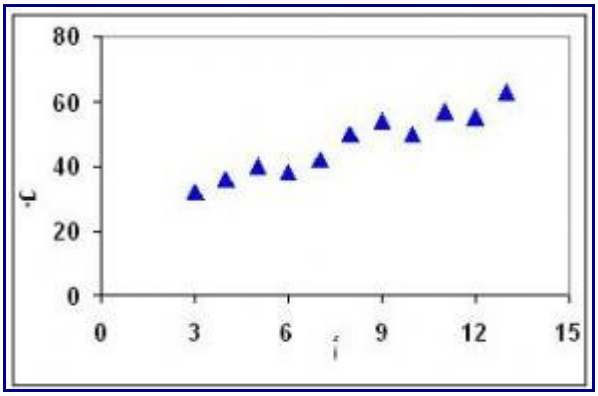
يوليو 25, 2009

من المهارات التي يحتاجها المديرون والمهندسون الصناعيون والكثير من الناس مهارة تحديد العلاقة بين متغيرين أو أكثر. هل هناك علاقة بين حجم المبيعات في كل منطقة وأسلوب التسويق المتبع؟ هل هناك علاقة بين عدد المشاكل في المعدات ودرجة حرارة الجو؟ هل هناك علاقة بين مرض كذا وجودة مياه الشرب؟ هل هناك علاقة بين رضا الموظفين عن عملهم وجودة الوجبة التي تقدم لهم؟ هذه النوعية من الأسئلة نتعرض لها كثيرا في العمل ونحاول البحث عن إجابة مبنية على أساس صحيح. في هذه المقالة والمقالات التالية -إن شاء الله- أحاول استعراض الادوات البسيطة التي تمكننا من الإجابة على مثل هذه الأسئلة.

1- الرسم البياني Scatter Diagram:

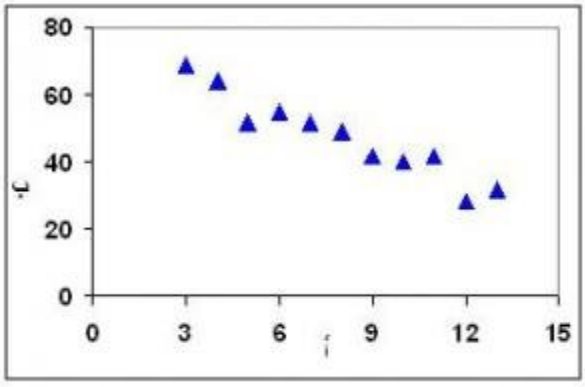
يمكننا أن رنسم العلاقة بين قيم المتغيرين لنرى إن كان الرسم يشير لوجود علاقة أم أنه يبين عدم وجود أي علاقة بين المتغيرين. يسمى هذا المنحنى بـ Scatter Plot أو Scatter Diagram وقد وجدت له عدة ترجمات باللغة العربية مثل: رسم بياني تنقيطي، رسم (شكل) الانتشار، رسم بياني مبعثر ورسم (مخطط) التشتت. الرسومات الآتية توضح امثلة للعلاقة بين متغيرين.

علاقة طردية (إيجابية)



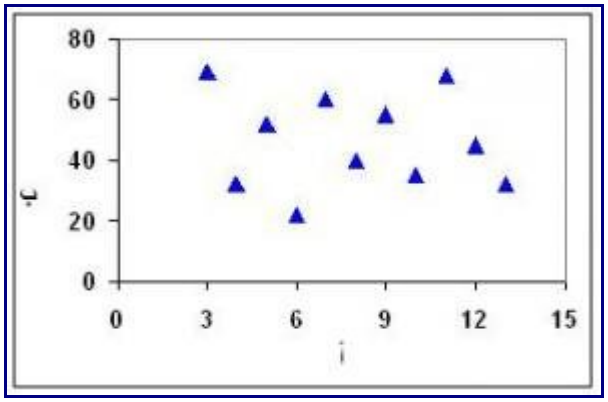
هذا الرسم يظهر أن هناك علاقة طردية بين المتغير ب والمتغير أ فكلما ازداد أ ازداد ب. وإن كنا لا نستطيع التوصيل بخط مستقيم واحد بين كل النقاط ولكننا بمجرد النظر ندرك ان كل النقاط لها اتجاه واحد هو اتجاه العلاقة الطردية.

علاقة عكسية (سلبية)



هذا الرسم يظهر علاقة عكسية فعندما كان أ يساوي 3 كان ب يساوي حوالي 70 وعندما زاد أ إلى 9 كان ب حوالي 40 وعندما ازداد أ إلى 12 كان ب حوالي 30. فكلما ازداد أ قل ب.

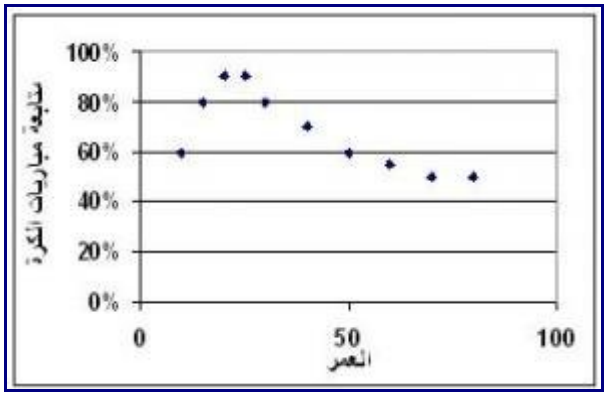
لا علاقة



هذا الرسم يوضح انه لا توجد أي علاقة بين تغير أ وتغير ب.

علاقة غير خطية

قد يظهر الرسم علاقة غير خطية وهذا من مميزات هذا الرسم. العلاقة الخطية هي العلاقة التي يمكن التعبير عنها بخط مستقيم مثل العلاقة الطردية أو العكسية السابق بيانهما. أما العلاقة غير الخطية فإنها تأخذ شكل منحنى. فمثلا في الرسم أدناه نلاحظ العلاقة بين العمر ونسبة متابعة مباريات كرة القدم (هذه بيانات افتراضية). فهذا الرسم يوضح علاقة غير خطية ويمكن تحليلها وفهمها فمتابعة المباريات تزداد مع زيادة العمر ما بين 10 و 20 عاما ثم تقل تدريجيا بداية من عمر 30 عاما. ويمكن فهم ذلك بأن الأطفال والشباب يبدؤون في حب الكرة تدريجيا فبعضهم لا يفهمها حتى سن الخامسة عشرة. والرجال من سن 30 سنة يبدؤون في الانشغال في أعمالهم فتقل نسبة متابعتهم للمباريات تدريجيا.



لاحظ أن تحليل هذه العلاقات لابد أن ينبع من دراسة وتحليل منطقي يعتمد على فهم الموضوع وتجميع بيانات داعمة لهذا التحليل.

علاقة وليس سببية:

إن وجدت علاقة طردية أو عكسية عن طريق الرسم البياني أو أي وسيلة أخرى فلا يمكنك أن تدعي أن أ هو سبب ب بل كل ما تستطيع قوله أن هناك علاقة بين المتغيرين. قد يكون أ وب يزيدان بسبب متغير آخر والذي هو سبب أ وب. فمثلا عند ارتفاع درجة حرارة الجو فإن درجة حرارة أي غرفة بالمنزل سترتفع وإن كانت بعض الغرف قد

تكون درجة حرارتها مختلفة عن الأخرى حسب وضع الغرف من ناحية مواجهة الشمس والتهوية. فلو درسنا العلاقة بين درجة حرارة غرفة النوم ودرجة حرارة غرفة المعيشة فإن سنجد علاقة طردية واضحة. وهذا أمر طبيعي ولكن لا نستطيع أن نقول أن درجة حرارة غرفة النوم ترتفع نتيجة لارتفاع درجة حرارة غرفة المعيشة ولكن الحقيقة أن كلاهما يزيد كنتيجة لارتفاع درجة حرارة الجو الخارجي.

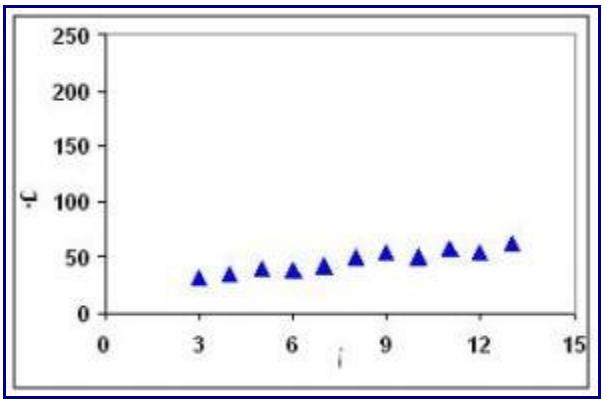
لا تنس أبدا أن كل وسائل تحديد العلاقة بين متغيرين أو أكثر هي وسائل لتحديد وجود علاقة وليس لتحديد وجود سببية.

الأمانة في عرض البيانات:

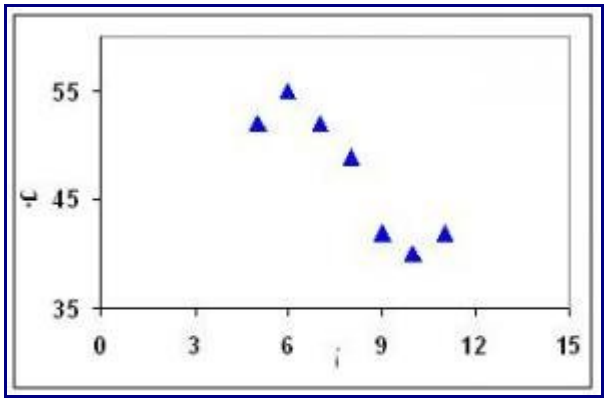
لابد من أن تكون أمينا في عرض البيانات فمثلا:

- لا تحاول تغيير مقياس الرسم لتظهر علاقة غير حقيقية أو تخفي علاقة حقيقية. فعندما تقوم بتكبير مقياس الرسم فقد لا يستطيع القارئ رؤية أي علاقة. وبالعكس فإن علاقة غير حقيقية يمكن أن تخدع القارئ بها إذا قمت بالتركيز على جزء صغير من المحور الرأسي.

الرسم التالي هو لنفس العلاقة الطردية المذكورة في المثال السابق ولكن بعد تكبير محور ب لكي يغطي من صفر إلى 250. إنك لا تكاد ترى العلاقة الطردية الآن.



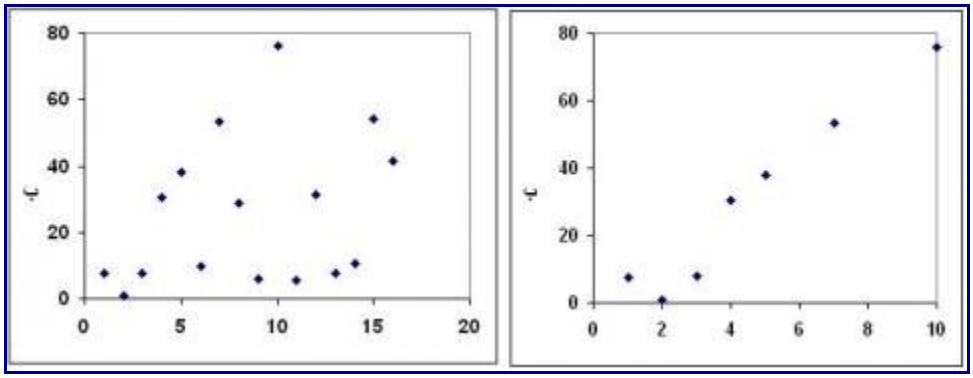
والرسم التالي هو لنفس العلاقة العكسية الواضحة المعروضة في المثال أعلاه ولكن بتحديد المحور ب بين 25 و 60 فقط. من الصعب تحديد علاقة من هذا الرسم.



- لا تحاول إخفاء بعض البيانات لكي تقنع القارئ بما تريد. عليك ان تعرض البيانات كما هي. لا تنتق النقاط التي تظهر علاقة ما او تخفي علاقة ما ولكن اعرض كل البيانات بأمانة.

الرسم التالي -على اليسار- يوضح العلاقة الحقيقية بين متغيرين حيث لا توجد أي علاقة. بينما الرسم على اليمين

يظهر علاقة طردية قوية وذلك بعد تحديد المحور الأفقي بحد أقصى عشرة وكذلك إخفاء بعض النقاط.



- بالطبع لا تغير البيانات بل اعرضها كما هي فلا تغير أي رقم لكي يبدو الشكل كما تتمنى.

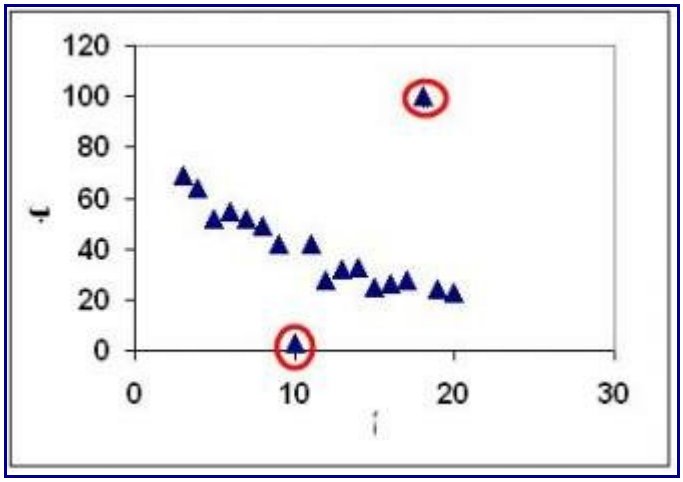
القيم المتطرفة Outliers:

من فوائد هذا الرسم (المخطط) أننا نكتشف القيم المتطرفة بمجرد النظر. ففي كثير من الحالات تجد أن البيانات كلها مبعثرة ولكن في منطقة محدودة وهناك قيمة أو أكثر بعيدة كل البعد عن باقي القيم. هذه القيمة أو القيم تسمى نقاط متطرفة أو بيانات متطرفة بمعنى أنها بيانات خارجة عن مجموعة البيانات. هذه القيم المتطرفة قد تكون بسبب:

1- خطأ في تسجيل أو تجميع البيانات

2- وجود حالات نادرة لها أسبابها في البيانات فمثلا عند رسم العلاقة بين الدخل والسن فقد تجد معظم البيانات تقع في مدى محدود وهناك قيم قليلة متطرفة للأثرياء بشكل كبير. فهذه قيم متطرفة ولكنها حقيقية.

3- وجود مجموعتين من البيانات مما يعني الحاجة لدراسة كل منهما على حدة فمثلا عندما تدرس علاقة وقت تصنيع جزء ما بجودة المواد الخام فقد تجد قيما متطرفة إن كان هناك نوعين أو أكثر من المنتجات وفي هذه الحالة سيكون من الأفضل دراسة كلا منهما بشكل منفصل.



القيم المتطرفة تحتاج دراسة لأنها قد تدلنا على وجود مشكلة في تجميع البيانات فنقوم بتصحيحها أو تدلنا على وجود حالات نادرة فنحاول دراسة سببها أو تدلنا على وجود مجموعات مختلفة فنقوم بدراستها. على أي حال فإننا أحيانا قد نهمل القيم المتطرفة إذا كانت قيما خاطئة أو خارجة عن نطاق دراستنا ولكن هذا لا يعني إهمال أي قيم لمجرد عدم رغبتنا في عرضها. ولذلك فمن الأفضل توضيح هذه القيم التي استبعدت وسبب استبعادها.

في المقالات التالية إن شاء الله نستعرض وسائل تحديد قوة العلاقة بين متغيرين وكذلك تحديد معادلة رياضية تصف

هذه العلاقة.

مقالات ذات صلة:

تحليل البيانات

من مراجع الموضوع:

Lean Six Sigma Pocket ToolBook, M. George at al., MCGrawHill, 2005

Applied Statistical Methods, W. Carlson and B. Thorne, Prentice Hall, 1997

Statistics for Managers, Levine et al., Prentice Hall, 1999

مواقع ذات صلة:

Scatter Plot

Scatter Plot

Scatter Diagram

معامل الارتباط Correlation

اغسطس 2, 2009 4 عدد التقييمات

ناقشت في المقالة السابقة كيفية دراسة العلاقة بين متغيرين باستخدام الرسم البياني (المنحنى التنقيطي) Scatter Diagram والذي يساعدنا على اكتشاف أي علاقة خطية أو غير خطية بين المتغيرين أو اكتشاف عدم وجود أي علاقة. وفي هذه المقالة نتعرض لطرق أخرى لدراسة العلاقة بين متغيرين. هذا الموضوع هو من الأساسيات التي يحتاجها المدير وأي شخص يحتاج لتحليل بيانات ودراسة علاقتها ببعضها.

معامل الارتباط Correlation:

معامل الارتباط هو رقم يتراوح بين -1 و 1 وهو يبين وجود علاقة خطية بين متغيرين واتجاه تلك العلاقة كما يلي:

+1 تعنى علاقة طردية بمعنى أنه كلما زاد أ زاد ب وكلما قل أ فإن ب يقل

-1 تعني علاقة عكسية بمعنى انه كلما زاد أ فإن ب يقل وكلما قل أ فإن ب يزيد

صفر يعني عدم وجود أي علاقة بين المتغيرين

عندما يقترب معامل الارتباط من إحدى هذه القيم فإنه يدل على ما تدل عليه هذه القيم ولكن بدرجة أقل. فمثلا +0.9 تدل على وجود علاقة طردية قوية بين المتغيرين ولكنها ليست مطلقة مثل تلك التي تتوقعها عندما يكون معامل الارتباط يساوي+1.

يسمى معامل الارتباط بمعامل الارتباط لبيرسون Pearson Correlation Coefficient ويشيع تسميته بمعامل الارتباط. ولمعامل الارتباط تطبيقات عديدة فمثلا في مجال التسويق قد تحب أن تدرس إن كان هناك علاقة بين زيادة مبيعات منتجك وزيادة مبيعات سلعة أخرى أو تحسن درجة الحرارة أو تخفيض السعر. وقد تكون مهندسا يريد أن يعرف ما الذي يؤثر على جودة الغاز المنتج هل هو تغير الضغط أم الحرارة أم جودة أي غاز من الغازات الداخلة في العملية الإنتاجية.

طريقة الحساب:

معامل الارتباط يتم حسابه بسهولة عن طريق الحاسوب ولذلك فلسنا بحاجة للدخول في حسابات مملة ولكن من الضروري أن نلقي نظرة على طريقة الحساب لنفهم معنى معامل الارتباط. يتم حساب معامل الارتباط كالتالي

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{(n-1)S_x S_y}$$

والبسط في هذه المعادلة هو مجموع حاصل ضرب الفارق بين كل قيمة للمتغير الأول ومتوسطه الحسابي في الفارق بين كل قيمة للمتغير الثاني ومتوسطه الحسابي. والمقام هو حاصل ضرب الانحراف المعياري لكل من المتغيرين في عدد البيانات منقوصا منها واحد. هذا في حال أن لدينا عينة من البيانات كأن نأخذ عينة عشوائية من مجموعة كبيرة (المجتمع) وندرس ظاهرة معينة على هذه العينة. اما عند دراسة المجتمع كله فإن طريقة الحساب تختلف اختلافا طفيفا وتكون كالتالي

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{(n)\sigma_x \sigma_y}$$

في هذه الحالة فإن المقام يكون حاصل ضرب الانحراف المعياري للمجتمع لكل من المتغيرين مضروبا في عدد البيانات.

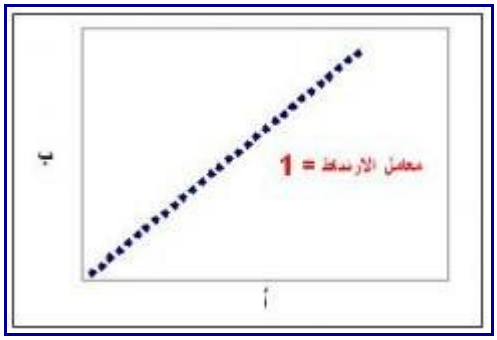
ماذا نفهم من هذه المعادلة المعقدة؟

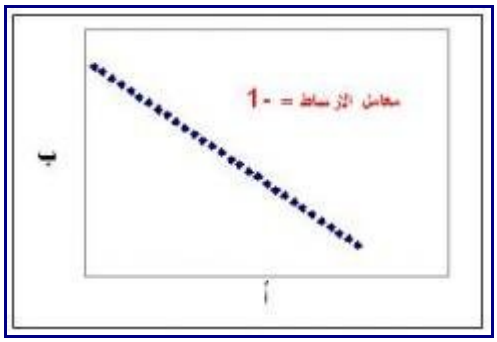
أولا المقام هو حاصل ضرب أرقام موجبة (أكبر من الصفر) فالانحراف المعياري هو دائما رقما موجبا وكذلك عدد البيانات. فمتى يكون معامل الارتباط موجبا ومتى يكون سالبا؟ الأمر يتوقف على البسط. فإذا كان الفارق بين قيمة ما للمتغير الأول ومتوسطه الحسابي موجبا وكان الفارق بين القيمة المقابلة والمتوسط الحسابي للمتغير الثاني موجبا كانت النتيجة موجبة لأن حاصل ضرب قيمة موجبة في قيمة موجبة يساوي قيمة موجبة. وإذا كان كل منهما سالبا فإن الناتج يكون موجبا لأن حاصل ضرب قيمة سالبة في قيمة سالبة يساوي قيمة موجبة. ومعنى ذلك (في الحالة الأولى) أنه عند زيادة المتغير الأول عن متوسطه الحسابي فإن المتغير الثاني يزيد عن متوسطه الحسابي هو الآخر وكذلك (في الحالة الثانية) عند نقصان المتغير الأول عن متوسطه الحسابي فإن نفس الأمر يحدث للمتغير الثاني.

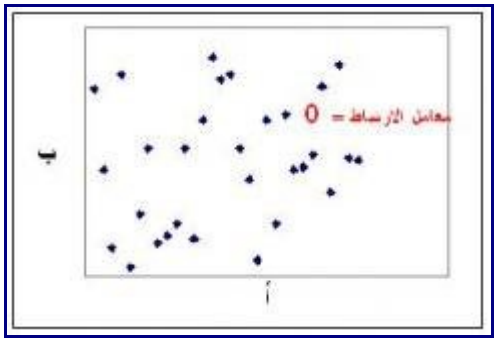
وبالتالي فإنه عندما تكون العلاقة عكسية فإن الناتج يكون سالبا لأن أحد الفارقين سيكون موجبا والآخر سالبا. وهذا يجعلنا نفهم القاعدة بأن معامل الارتباط كلما كان أقرب للواحد الصحيح فإن ذلك يعني وجود علاقة طردية قوية وكلما اقترب من -1 فإن ذلك يعني وجود علاقة عكسية قوية. وكلما اقترب من الصفر فإن ذلك يعني عدم وجود علاقة خطية.

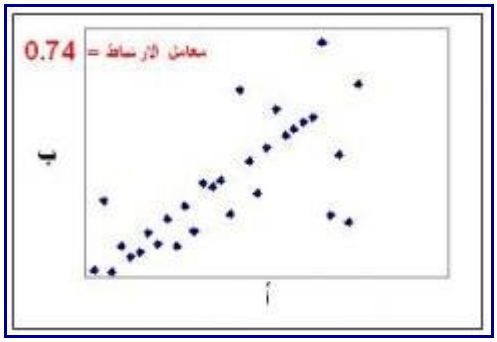
شكل العلاقة:

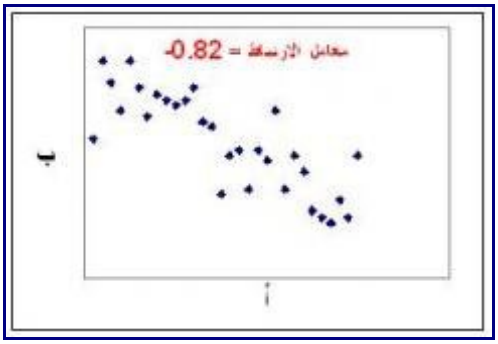
لننظر إلى بعض الرسومات البيانية المرادفة لقيم مختلفة لمعامل الارتباط لنتفهم ما يعنيه هذا الرقم.

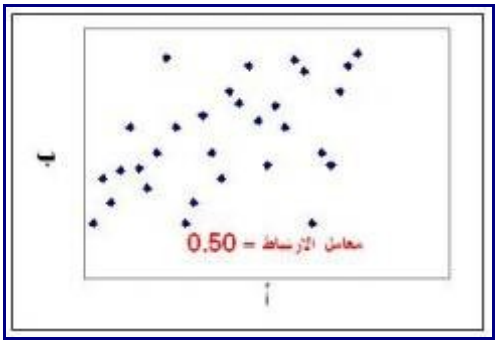












كيف نستخدم إكسل لحساب معامل الارتباط:

هناك طريقتان يمكننا استخدامهما.

افترض أن لدينا البيانات التالية:

أ	ب	ت	ث
1	25	3	22
2	39	37	40
3	35	3	30
4	30	15	43
5	39	10	60
6	27	13	44
7	29	22	36
8	33	16	50
9	32	28	88
10	31	15	60
11	32	34	22
12	34	22	30
13	28	46	65
14	27	43	50
15	15	47	40

ونريد حساب معامل الارتباط بين المتغير أ و ب. الطريقة الأولى هي أن نستخدم الدالة المتاحة في إكسل لحساب معامل الارتباط فنكتب ما يلي في أي خلية:

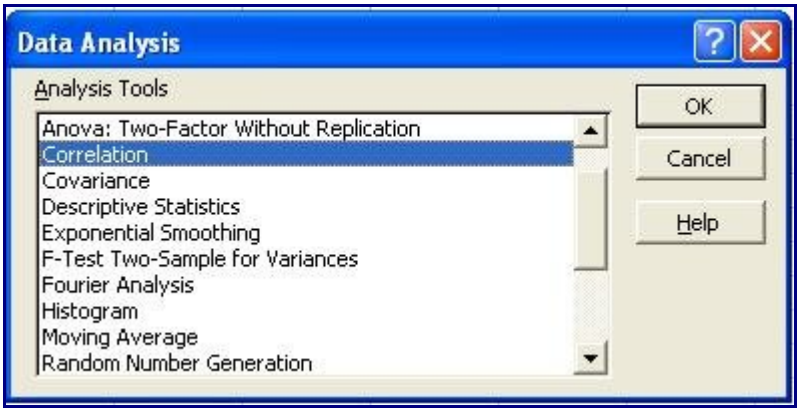
=CORREL(D2:D16,C2:C16)

وبالتالي نحصل على معامل الارتباط بين أ و ب وهو -0.46 . هذه القيمة تعني وجود علاقة عكسية ضعيفة لأن القيمة لا تقترب من -1 بل هي أقرب قليلا إلى الصفر.

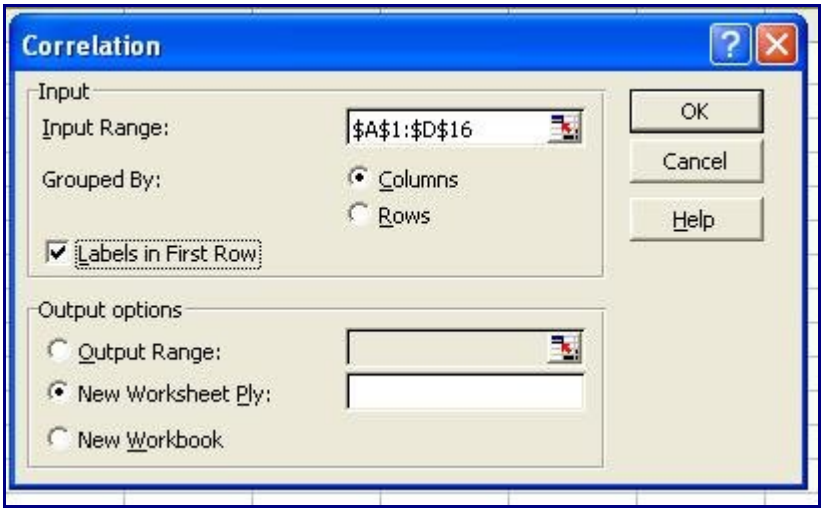
الطريقة الثانية تساعدنا في الحصول على معامل الارتباط بين متغيرين أو عدة متغيرات مرة واحدة. هذه الطريقة تتم كالتالي:

اضغط على Tools ثم Data Analysis (أوضحت من قبل كيفية إظهار Data Analysis)

ثم اختر Correlation



تظهر لك النافذة التالية وعليك ملء Input Range بأسماء الخلايا التي مسجل بها البيانات. وقد علمت على Labels in First Row أي أن أسماء الأعمدة في الصف الأول (أي أو ب وت وث)



نضغط OK فنحصل على النتيجة كالتالي:

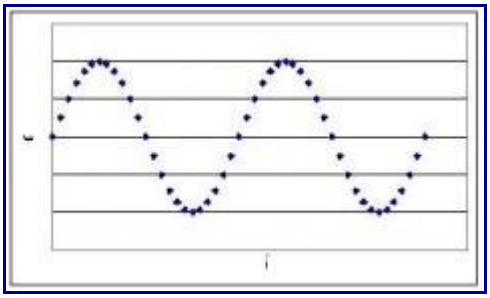
	ث	ت	ب	أ
ث	1			
ت	0.21	1		
ب	0.12	-0.35	1	
أ	0.25	0.72	-0.46	1

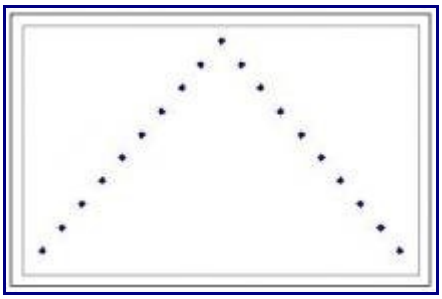
هذا الجدول (بالأعلى) يبين أن معامل الارتباط بين ث و ت مثلا هي 0.21 ومعامل الارتباط بين ب و ت هي -0.35 وهكذا. بالطبع فإن العلاقة بين المتغير ونفسه هي 1 فترى في الجدول معامل ارتباط ث بـ ث هو 1 وهي قيمة لا تعنينا في شيء. هذه الطريقة سريعة جدا عندما يكون لدينا أكثر من متغيرين. من هذه النتيجة نرى أن العلاقة الخطية بين أ و ت هي الوحيدة التي يمكن أخذها في الاعتبار لأنها تساوي 0.72 أما باقي القيم فهي صغيرة جدا.

هل لا توجد علاقة؟

ليس معنى أن يكون معامل الارتباط صفرا أو قريبا من الصفر أنه لا توجد أي علاقة بين المتغيرين. فمعامل الارتباط يبين قوة العلاقة الخطية. والعلاقة الخطية هي علاقة في شكل خط مستقيم فهي علاقة ليس بها منحنيات أو

طلوع ونزول. فالعلاقة الخطية تكون طردية أو عكسية فقط. وبالتالي فقد يكون معامل الارتباط يساوي صفرا ولكن توجد علاقة قوية بين المتغيرين ولكنها غير خطية أي أنها ليست على شكل خط مستقيم كما في الامثلة التالية:





ففي هذين الشكلين نرى علاقة واضحة بين المتغيرين ولكنها ليست مجرد علاقة طردية أو عكسية ولا يمكن تمثيلها بخط مستقيم. ففي الحالة الأولى نلاحظ تغير المتغير الثاني بشكل دوري مع المتغير الأول. وفي الحالة الثانية نجد علاقة طردية حتى نقطة ما ثم تتحول العلاقة إلى علاقة عكسية. هذه العلاقات هي علاقات غير خطية ولا يمكن التنبؤ بها بمعامل الارتباط.

بهذا نكون قد استطعنا دراسة شكل العلاقة عن طريق منحنى الانتشار (المنحنى التنقيطي) ومعرفة قوة العلاقة الخطية عن طريق معامل الارتباط. في المقالة التالية إن شاء الله نناقش كيفية الوصول لعلاقة رياضية بين متغير وكل المتغيرات التي تؤثر فيه.

مقالات ذات صلة:

تحليل البيانات

من مراجع الموضوع:

Lean Six Sigma Pocket ToolBook, M. George at al., MCGrawHill, 2005

Applied Statistical Methods, W. Carlson and B. Thorne, Prentice Hall, 1997

مواقع ذات صلة:

الارتباط والانحدار الخطي

What is a Correlation

Pearson's Correlation

تحليل الانحدار Regression Analysis....

اغسطس 13, 2009

ناقشت في المقالتين السابقتين كيفية دراسة العلاقة بين متغيرين باستخدام الرسم البياني (المنحنى التنقيطي) Scatter Diagram وكيفية دراسة قوة العلاقة الخطية بين متغيرين باستخدام معامل الارتباط Correlation. في هذه المقالة نناقش كيفية تحديد العلاقة بين متغيرين أو أكثر بشكل أكثر تحديدا وبحيث نستطيع تكوين نموذجا رياضيا لتلك العلاقة. هذا الموضوع هو من الأدوات الرائعة لتحليل البيانات والتي يحتاجها الكثير من الناس.

الانحدار Regression:

تحليل الانحدار Regression Analysis هو تحليل يمكننا من إيجاد معادلة رياضية تربط بين متغير تابع ومتغير أو متغيرات مستقلة. فمثلا يمكننا باستخدام تحليل الانحدار دراسة العوامل التي تؤثر في زيادة الطلب على المنتج وتحديد نموذجا (معادلة) رياضيا لهذه العلاقة. هذا النموذج يجعلنا قادرين ليس فقط على فهم طبيعة العلاقة وتحديد العوامل المؤثرة فعلا بل إنه يجعلنا قادرين على توقع تأثير تغير أي متغير من هذه المتغيرات المستقلة على المتغير التابع.

الحاجة لاستخدام هذا الانحدار كثيرة ومتنوعة. فالمهندس يحتاج لدراسة العوامل التي تؤثر في ارتفاع درجة حرارة الغازات المستخدمة في عملية ما وقد يكون لديه العديد من العوامل التي يريد أن يعرف تأثيرها الحقيقي. باستخدام الانحدار فإن هذا المهندس يستطيع تحديد العوامل المؤثرة وإهمال تلك غير المؤثرة ويمكنه توقع التغير الذي يحدث في درجة حرارة الغازات نتيجة لتغير محدد في أي من تلك المتغيرات المؤثرة. ومدير الموارد البشرية يريد تحديد العوامل التي تؤثر على أداء العاملين الجدد من بين عدة عوامل مثل السن وتقدير التخرج وجامعة الدراسة وغيرها. فيمكنه باستخدام تحليل الانحدار معرفة ما هي العوامل التي لا تؤثر ولا ترتبط بأداء العاملين الجدد وتلك المؤثرة ويمكنه الحصول على نموذجا رياضيا يمكنه من توقع وفهم حجم تأثير تلك العوامل على الأداء.

ماهو الحل البديل لتحليل الانحدار؟ إنه محاولة تغيير أحد العوامل مع تثبيت العوامل الأخرى ثم إجراء ذلك مع كل عامل من العوامل الأخرى وهذا غير متاح في الواقع العملي . فلا يمكنك أن تطلب من درجة حرارة الجو أن تثبت حتى تدرس تأثير تأثير نسبة الأتربة في الجو على صحة البشر. وكذلك لا يمكنك أن تقوم بتثبيت سرعة الماكينة في العمل لمدة أسبوع لتدرس تأثير نوع الزيت المستخدم بشكل مستقل عن تغير السرعة. تحليل الانحدار يجعلنا لا نلجأ لهذه الطرق شبه المستحيلة فبمجرد وجود عينة من البيانات للمتغيرات المختلفة يمكننا تحديد العوامل المؤثرة وطبيعة تأثيرها بشكل محدد وواضح.

أنواع تحليل الانحدار: هناك نوعان من تحليل الانحدار أولهما هو الانحدار الخطي وهو الأكثر انتشارا. الانحدار الخطي يعني أننا ندرس العلاقة الخطية. أما النوع الثاني فهو الانحدار غير الخطي والذي نحتاجه عند دراسة علاقات على شكل منحنى وليس خطا مستقيما. الانحدار الخطي هو الأكثر شيوعا وهو الذي نناقشه هنا. والانحدار الخطي له نوعان بسيط ومتعدد فالبسيط يحاول التنبؤ بالعلاقة بين متغير ما وعامل واحد يؤثر فيه والمتعدد يحاول التنبؤ بالعلاقة بين متغير ما وعدة عوامل تؤثر فيه. في هذه المقالة نناقش النوع الأول وهو الانحدار الخطي البسيط.

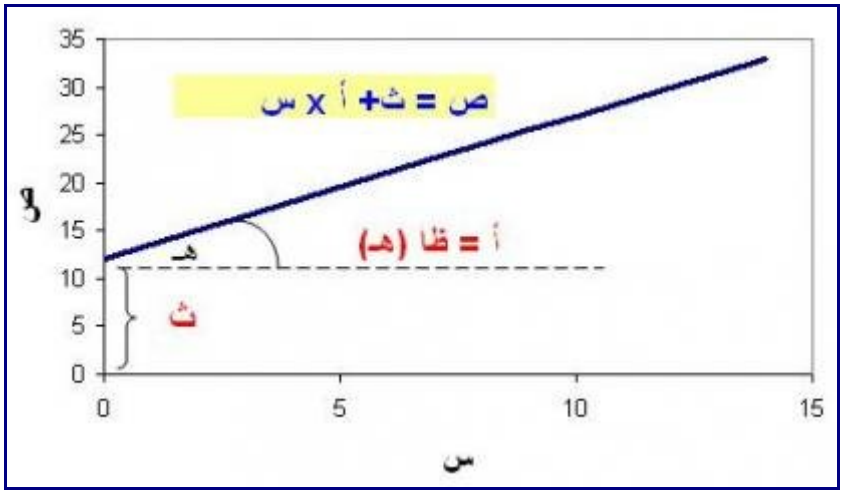
الانحدار الخطي البسيط Simple Linear Regression

الانحدار الخطي البسيط هو دراسة العلاقة بين متغيرين فقط بحيث نحاول الوصول إلى علاقة خطية (أي معادلة خط مستقيم) بين هذن المتغيرين في صورة:

ص = ث + أ x س

حيث **ص** و **س** هما متغيران و**ث** و**أ** هما ثابتان. هذه المعادلة هي المعادلة التي ترسم خطا مستقيما بين **س** و **ص**.

لاحظ أن **ص** هنا يسمى متغيرا تابعا أي أن تغيره يتبع تغير **س** وأما **س** فيسمى متغيرا مستقلا أي أن تغيره هو تغير مستقل وهذه تسميات رياضية فقط.



فمثلا نريد أن نعرف طبيعة العلاقة بين متوسط ساعات الدراسة ودرجة الطلبة في الامتحانات أو نريد دراسة العلاقة بين سعر المنتج وحجم المبيعات أو نريد دراسة العلاقة بين عدد المنتجات المعيبة ومعدل التحميل أو نريد دراسة العلاقة بين استهلاك الكهرباء في الساعة ودرجة حرارة الجو.

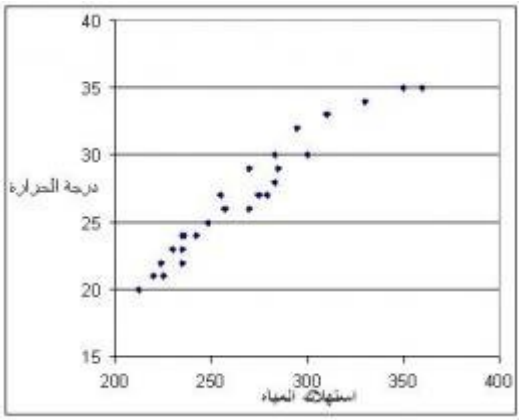
مثال: قبل أن نستفيض في شرح تحليل الانحدار دعنا نرى كيف يمكننا إجراء مثل هذا التحليل.

افترض أننا سجلنا درجة الحرارة المتوسطة في كل يوم واستهلاك المدينة للمياه في تلك الأيام فكانت البيانات كالتالي:

درجة الحرارة	استهلاك المياه
20	212
21	220
23	230
24	235
27	255
29	270
30	283
32	295
33	310
34	330
35	360
35	350
21	225
22	235
23	235
24	242
25	248
26	257
27	279
28	283
29	285
30	300
22	224
24	236
25	248
26	270
27	275

بإمكاننا أن نلاحظ ارتفاعا في استهلاك المياه عند ارتفاع درجة الحرارة وهذا أمر متوقع. ولكننا نريد أن نتأكد من ذلك إحصائيا وأن نصل إلى نموذجا رياضيا يمكننا من توقع حجم الاستهلاك عند أي درجة حرارة فمثلا قد نتساءل ما هو حجم الاستهلاك لو وصلت درجة الحرارة إلى 39 درجة مئوية.

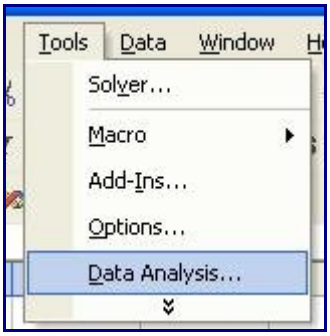
برسم العلاقة بين المتغيرين قد تبين لنا هذه العلاقة والتي يمكننا أن نتأكد من قوتها باستخدام معامل الارتباط.



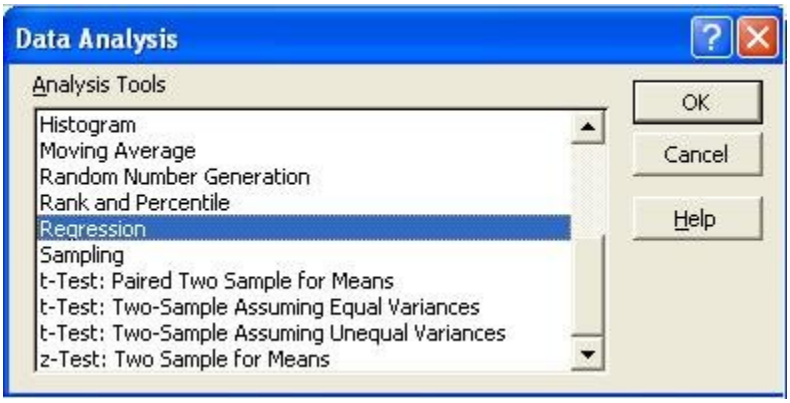
معامل الارتباط =0.97

كل هذا يشير إلى علاقة طردية قوية. ولكن حتى الآن ليس لدينا معادلة رياضية تبين لنا حجم الاستهلاك عند درجة حرارة 20 أو درجة حراة 40 درجة مئوية. نحن بحاجة لإجراء تحليل الانحدار.

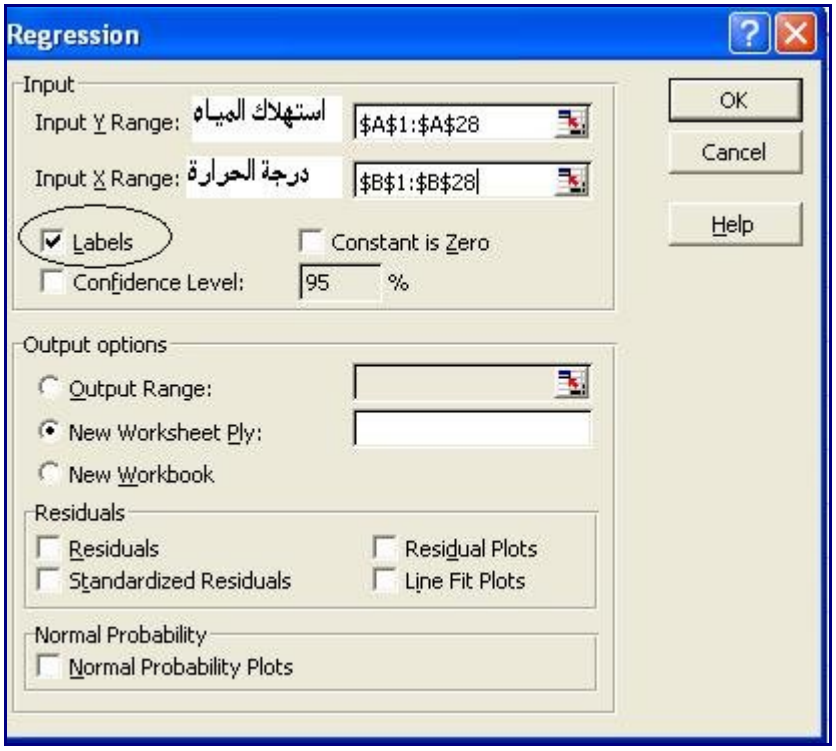
نستخدم في ذلك برنامج إكسل. اختر قائمة الأدوات Tools ثم اختر تحليل البيانات Data Analysis



بعد ذلك يظهر لنا نافذة بها عدة اختيارات فنختار منها الانحدار Regression



تظهر لنا النافذة الآتية والتي نحدد فيها مكان تسجيل بيانات المتغير التابع (استهلاك المياه) والمتغير المستقل (درجة الحرارة) وقد نضع علامة بجوار Labels إذا كنا قد كتبنا عنوانا لكل عمود مثلما فعلنا في البيانات أعلاه فكتبنا درجة الحرارة واستهلاك المياه في أعلى العمودين. بعد ذلك يمكننا أن نضغط OK



وبذلك نحصل على النتيجة في صفحة منفصلة كالتالي:

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0.971399157
R Square	0.943616323
Adjusted R Square	0.941360976
Standard Error	9.512370555
Observations	27

ANOVA

	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	37858.16646	37858.16646	418.3907329	3.97825E-17
Residual	25	2262.12984	90.48519358		
Total	26	40120.2963			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95.0%	Upper 95.0%
Intercept	34.42308259	11.48643323	2.996846966	0.006084088	10.76634708	58.07981809	10.76634708	58.07981809
درجة الحرارة	8.673929045	0.424057586	20.45460175	3.97825E-17	7.800566709	9.54729138	7.800566709	9.54729138

نتيجة تحليل الانحدار في إكسل تحتوي على أرقام كثيرة ولكن ذلك لا ينبغي أن يصيبك بالذعر من هذا التحليل فهناك أرقام محدودة نريد التعرف عليها وهي التي قد غطيت بخلفية صفراء. ولمزيد من الوضوح فإن هذه الأرقام نعرضها منفصلة كالتالي

R Square	0.943616323	
	Coefficients	P-value
Intercept	34.42308259	0.006084088
درجة الحرارة	8.673929045	3.97825E-17

ما معنى هذه البيانات؟

R Square وهي رقم يتراوح بين صفر والواحد الصحيح وهذا الرقم يبين نسبة التغير في استهلاك المياه التي يمكننا توضيحه من خلال هذه المعادلة (يأتي بيانها لاحقا). أي ببساطة هو مؤشر لمدى توضيح تحليل الانحدار لقيمة المتغير الذي نحاول التنبؤ به وهو في هذه الحالة استهلاك المياه. في حالتنا هذه فإن هذا الرقم R Square يساوي

0.94 وهو رقم يقترب جدا من الواحد الصحيح مما يعني أن نموذج تحليل الانحدار قوي جدا ويمكننا من حساب قيمة استهلاك المياه بشكل يقترب كثيرا من الصحة. أما لو كانت قيمة هذا الرقم هي 0.3 فإننا يجب علينا إهمال المعادلة التي حصلنا من هذا التحليل والبحث مرة أخرى عن العوامل المؤثرة في استهلاك المياه.

Intercept هو قيمة الثابت ث في المعادلة ص=ث + أ س والتي تعني في حالتنا

استهلاك المياه = ث + أ x درجة الحرارة

وبالتالي فإن ث= 34.42 ولذلك فإن استهلاك المياه = 34.42 + أ x درجة الحرارة

Coefficient المعاملات والتي تبين قيمة التقاطع مع المحور الرأسي ومعاملات المتغيرات فمثلا قيمة التقاطع مع المحور الرأسي هي 34.42 وقيمة معامل درجة الحرارة هو 8.67

وبالتالي فإن النموذج الرياضي (المعادلة الرياضية) التي حصلنا عليها هي كالتالي:

استهلاك المياه = 34.42 + 8.67 x درجة الحرارة

P value هي قيمة تظهر إن كان العامل المقابل لها في نفس الصف هو عامل مؤثر فعلا أم لا. في هذه الحالة لدينا عامل واحد وهو درجة الحرارة والتي يقابلها P Value بقيمة 3.98E-17

وهو يعني 0.00000000000000000398

هل هذه القيمة مقبولة أم لا؟ إذا كان P Value أقل من 0.05 فإن العامل المقابل لها (درجة الحرارة في هذا المثال) هو عامل مؤثر في المتغير الذي نحاول دراسة تغيره (استهلاك المياه) وبالتالي فمن الواضح أن درجة الحرارة هي عامل مؤثر فعلا في استهلاك المياه. وقد تعتبر العامل مؤثرا حتى قيمة P Value تساوي 0.1 ولكن إن زادت عن 0.1 فإن هذا العامل يجب استبعاده من النموذج فهو غير مؤثر.

هل درجة الحرارة تؤثر في استهلاك المياه؟

ليس معنى أننا توصلنا إلى علاقة مقبولة إحصائيا بعد دراسة R Square و P Value أن **س** تسبب تغير **ص** ولكننا توصلنا إلى علاقة المصاحبة بين **س** و**ص** أي أن تغير استهلاك المياه يصاحب تغير درجة الحرارة. أي أنه كما قلنا في دراسة العلاقة بين متغيرين عن طريق منحنى الانتشار scatter diagram ومعامل الارتباط Correlation فإننا ندرس وجود مصاحبة بين المتغيرين أو العلاقة بينهما ولكننا لا نستطيع لمجرد وجود علاقة أن نقول أن هذا يتسبب في حدوث ذاك. فمثلا لو درسنا العلاقة بين استهلاك الكهرباء واستهلاك المياه عن طريق تحليل الانحدار فقد نصل لنموذجا مقبولا للعلاقة بينهما ولكن ذلك لا يعني إطلاقا أن زيادة استهلاك الكهرباء تؤدي لزيادة استهلاك المياه ولكننا قد نقول أن كلا منهما يزيد مع زيادة درجة الحرارة نتيجة لتشغيل مكيفات الهواء وزيادة الحاجة للاستحمام بالماء.

والخلاصة أننا لكي نقول أن شيئا ما يتسبب في حدوث آخر فلابد لنا من فهم لطبيعة هذه المتغيرات ودعم قولنا بدراسة أو تحليل منطقي. ففي مثالنا هذا يمكن أن نتوقع علاقة السببية هذه لأن ارتفاع درجة الحرارة فعلا يؤدي إلى زيادة استخدام الناس للمياه في الاستحمام والشرب. ولكن لابد من دعم ذلك بعمل استبيان مثلا لأسباب زيادة استهلاك المياه عند ارتفاع درجة الحرارة.

ما معنى هذه المعادلة؟

توصلنا إلى هذه المعادلة فما معناها؟

استهلاك المياه = 34.42 + 8.67 x درجة الحرارة

إن هذه المعادلة تعني أن زيادة درجة الحرارة بدرجة واحدة مئوية تعني زيادة استهلاك المياه بـ 8.67. وتعني كذلك

أن استهلاك المياه عند درجة حرارة صفر هي 34.42.

ويمكننا استخدام المعادلة للتنبؤ بقيمة استهلاك المياه عند درجة حرارة 40 درجة مئوية

استهلاك المياه = 34.42 + 8.67 x درجة مئوية 40 = 381

ويمكننا توقع استهلاك المياه عند درجة حرارة 18 درجة مئوية بـ 190

هذه مقدمة لتحليل الانحدار الخطي البسيط. في المقالات التالية إن شاء الله نتعرف بشكل أكثر عمقا وأكثر دقة على هذا التحليل ونتعرف كذلك على تحليل الانحدار المتعدد والذي يربط متغيرا بعوامل عديدة.

مقالات ذات صلة:

تحليل البيانات

من مراجع الموضوع:

Lean Six Sigma Pocket ToolBook, M. George at al., MCGrawHill, 2005

Applied Statistical Methods, W. Carlson and B. Thorne, Prentice Hall, 1997

Statistics for Managers, Levine et al., Prentice Hall, 1999

مواقع ذات صلة:

الانحدار الخطي البسيط

Regression Analysis 1 – Video

Regression Analysis 2 – Video

Multiple Regression .....الانحدار الخطي المتعدد

سبتمبر 7, 2009

ناقشت في المقالة السابقة تحليل الانحدار الخطي البسيط Regression Analysis والذي يربط متغير بمتغير واحد فقط. في هذه المقالة نناقش كيفية تحليل علاقة متغير بعدة متغيرات أخرى باستخدام تحليل الانحدار الخطي المتعدد.

لماذا؟

ما هي الحاجة للانحدار الخطي المتعدد؟ إننا كثيرا ما نحتاج تحديد العوامل التي تؤثر في متغير ما مثل تحديد العوامل التي تؤثر في حجم المبيعات أو التي تؤثر في عدد الأعطال أو عدد عيوب المنتج. وفي معظم الأحيان يكون لدينا عوامل عدة تؤثر في ذلك المتغير الذي نريد دراسته فلا يمكننا الاعتماد على تحليل الانحدار الخطي البسيط. الانحدار الخطي المتعدد يساعدنا على دراسة تأثير هذه العوامل على المتغير محل الدراسة مثل دراسة تأثير كل من جودة المنتج وسعر البيع وزمن لتسليم وعدد منافذ التوزيع وسعر المنافسين على حجم المبيعات.

تحليل الانحدار الخطي المتعدد Multiple Linear Regression

تحليل الانحدار المتعدد يختلف قليلا عن تحليل الانحدار البسيط ففي حالة الانحدار البسيط فإننا ندرس العلاقة بين المتغير محل الدراسة ومتغير آخر نتصور أنه يؤثر فيه. ولكن في حالة الانحدار المتعدد فإنه لدينا عددا كبيرا من المتغيرات التي قد تكون مرتبطة بالمتغير محل الدراسة وعلينا استخلاص تلك التي لها علاقة حقيقية بهذا المتغير واستبعاد الباقين ثم إن علينا تحديد العلاقة بين هذه المتغيرات وهذه المتغيرات المؤثرة. وفي هذه الحالة فإننا نهدف إلى الوصول إلى معادلة شبيهة بالمعادلة التالية:

$$ص = ث + أ_1 س_1 X + أ_2 س_2 X + أ_3 س_3 X + أ_4 س_4 X$$

حيث ص هي المتغير محل الدراسة وس 1 وس 2 وس 3 وس 4 هم المتغيرات أو العوامل المؤثرة في المتغير ص. فمثلا ص هي حجم المبيعات وس 1 هي عدد منافذ البيع وس 2 هي جودة المنتج وس 3 هي سعر المنتج وس 4 هي حجم الإنفاق على الدعايا.

تقييم نموذج الانحدار المتعدد:

في حالة الانحدار البسيط فإننا بينا أهمية معامل التحديد R Square ولكن في حالة الانحدار المتعدد فإننا نهتم بمعامل التحديد المعدل R Square Adjusted أي المعدلة. لماذا؟ لأن قيمة معامل التحديد R Sqaure تزداد بشكل طبيعي كلما أضفنا متغيرا بمعنى أن قيمتها عندما ندرس علاقة المتغير بمتغيرين ستكون أكبر منها عند استبعاد أحدهما. وهذا لا يساعدنا على معرفة ما إذا كان هذا المتغير الإضافي قد أفاد في التحليل أم لا. أما مع معامل التحديد المعدل R Sqaure Adjusted فإن هذا لا يحدث لأن طريقة حسابه تأخذ في الاعتبار عدد المتغيرات الداخلة في التحليل. لذلك فإننا لكي نعرف إن كان إضافة متغير لها تأثير إيجابي على النموذج الرياضي (المعادلة التي تربط المتغير التالبع بالمتغيرات المستقلة) فإننا ننظر إلى معامل التحديد المعدل R Square Adjusted.

وهناك مقياس آخر أكثر دقة من معامل التحديد المعدل Adjusted R Square وهو F Test. وبدون الدخول في تفصيلات إحصائية فإن قيمة F test تزداد كلما تحسن النموذج وتقل كلما ساء النموذج أي أننا لو أضفنا متغيرا له علاقة إحضائية مؤثرة بالمتغير محل الدراسة فإن قيمة F test تزداد. وهذا مشابه لما ذكرناه في Adjusted R Square غير أن قيمة F test لا تتراوح بين صفر وواحد بل تأخذ أي قيمة. والأمر المهم أننا نستطيع معرفة مدى دقة significance لقيمة F test كما كنا نعرف تأثير أي متغير عن طريق P value. فإذا كان F test Significance أقل من أو يساوي 0.05 فإن هذا يعني أن النموذج مقبول إحصائيا وأما إذا زاد عن ذلك فإن

النموذج يكون غير مقبول.

كيف يتم تقييم عدة متغيرات؟

هناك طريقتان لذلك. الأولى -وهي الطريقة التدريجية- أن نبدأ باعتبار متغير واحد ونسجل قيمة معامل التحديد المعدل R Sqaure Adjusted ثم نضيف متغيرا آخر ونسجل قيمة معامل التحديد المعدل R Square Adjusted ونقارنها بالسابقة فإن كانت قيمتها قد زادت فإننا نبقي على هذا المتغير وإن كانت قيمتها قد نقصت فإن هذا يعني أن هذا المتغير غير مرتبط بالمتغير محل الدراسة. ثم نضيف متغيرا آخر وهكذا. فمثلا لو كنا ندرس علاقة انتشار مرض ما بعوامل مثل نقاء مياه الشرب والمستوى التعليمي وتوفر مراكز صحية والحال الاجتماعية فإننا نبدأ بدراسة علاقة انتشار المرض بنقاء مياه الشرب ثم نضيف المستوى التعليمي فإن زادت قيمة معامل التحديد المعدل R Square Adjusted فإن هذا يعني أن المستوى التعليمي هو عامل مؤثر ولكن إن قلت فإن هذا يعني أنه غير مؤثر. ثم نضيف توفر المراكز الصحية وهكذا. وفي نفس الوقت فإننا ننظر إلى قيمة F test قيمة F significance فكلما زادت الأولى فالنموذج يتحسن وعندما تكون الثانية أقل من 0.05 فإن النموذج يكون مقبولا.

الطريقة الثانية هي أن نأخذ في الاعتبار كل المتغيرات ثم نبدأ في استبعاد واحدا تلو الآخر ونقارن قيمة معامل التحديد المعدل R Square Adjusted بنفس الطريقة. فمثلا نحن نريد تحديد العوامل المؤثرة في حجم المبيعات وتحديد نموذج رياضي لعلاقة حجم المبيعات بهذه العوامل. فنبدأ بدراسة تحليل الانحدار بين حجم المبيعات وكل هذه العوامل مثل السعر والجودة وحجم الدعايا وعدد منافذ البيع وسعر المنتج المنافس. ثم نسجل قيمة معامل التحديد المعدل R Square Adjusted وبعد ذلك نستبعد أحد هذه المتغيرات ونرى تأثر ذلك على قيمة معامل التحديد المعدل R Square Adjusted. ويتم مراعاة F test و F Significance كما ذكرنا أعلاه.

ولا يوجد ما يمنع من اتباع أسلوب وسط وهو أن نأخذ في الاعتبار بعض العوامل التي لدينا قناعة قوية بتأثيرها ثم بعد ذلك نبدأ في إضافة المتغيرات الأخرى تباعا. عموما الاختيار بين هذه الطرق لا يمثل مشكلة فكلها تؤدي في النهاية لنفس النتيجة.

كيف سنحدد المتغير الذي نستبعده؟ كما تذكر فإننا نهتم بقيمة P Value لأنها تعني ما إذا كان هذا المتغير مؤثر أم لا. في حالة الانحدار المتعدد فإننا نأخذ في الاعتبار قيمة P Value فنبدا بحذف المتغير الذي له قيمة P Value كبيرة وخاصة تلك التي تتجاوز 0.05.

تحليل الارتباط بين المتغيرات Multicollinearity

قبل القيام بتحليل الانحدار الخطي المتعدد فإن علينا التخلص من بعض المتغيرات المرتبطة ببعضها. فمثلا لا يمكنك حساب العلاقة بين مستوى الطالب اعتمادا على نسبة الحضور ونسبة الغياب ونتيجة العام السابق. لماذا؟ لأن نسبة الحضور ونسبة الغياب هما شيئان يقيسان نفس الشيء فهذه هي واحد منقوصا منه الأخرى بمعنى أنه لو كانت نسبة الحضور هي 80% فإن نسبة الغياب ستكون 20% وهكذا. وهذا أمر منطقي وهو يؤدي لمشاكل في نموذج تحليل الانحدار. لذلك يجب أن نقوم بدراسة معامل الارتباط بين كل المتغيرات قبل إدخالها في تحليل الانحدار.

وفي حالة وجود ارتباط قوي بين متغيرين فإنه يجب استبعاد أحدهما. وهنا يكون قرارنا في اختيار المتغير الذي نستبعده بناء على فهمنا لطبيعة الموضوع الذي ندرسه. وكقاعدة عامة فإن الارتباط القوي الذي يثير القلق في تحليل الانحدار المتعدد يمكن تحديده بقيمة معامل الاترباط أكبر من 0.9 ويجب أيضا التفكير فيما له معامل ارتباط بين 0.8 و 0.9.

ويجب أن ندرس المتغيرات أيضا بحيث لا تكون هناك مجموعة متغيرات في محصلتها مرتبطة بمتغير آخر. وهذا يجب تحليله بناء على فهمنا للمتغيرات وعلاقتها ببعضها. وعلى سبيل المثال فإنه لا يمكن أن نبني نموذج انحدار يقيس العلاقة بين مستوى أداء الطالب وعدد أيام الحضور وعدد أيام الغياب وعدد أيام الأجازات المرضية وذلك لأن عدد أيام الأجازات المرضية وعدد أيام الغياب هما مقياس مباشر لعدد أيام الحضور. وكذلك فإنه لا يمكن أن ندرس

تأثير كل عنصر من العناصر الكيميائية المضافة لمعدن ما على المتانة ونأخذ في الاعتبار أيضا عاملا يكافئ كل هذه العناصر لأن هذا العامل هو محصلة كل العناصر.

حجم العينة Sample Size

لابد أن تكون عدد الحالات التي يتم استخدامها كافيا للقيام بهذا التحليل وكقاعدة عامة فلابد من توفر عدد من الحالات يزيد عن عشرة أمثال إلى عشرين مثل عدد المتغيرات المستقلة. أي أننا لو كنا نريد قياس حجم المبيعات بناء على عدد منافذ التوزيع والإنفاق على الدعايا وسعر البيع فإننا نحتاج بين 30 إلى 60 بيان للمبيعات لكي يمكننا إجراء تحليل الانحدار. وهذه القاعدة فيها كلام كثير بين الإحصائيين وهناك من قال إن خمسة أمثال عدد المتغيرات يكفي وهناك من اعترض على القاعدة من أساسها. وتجدر الإشارة إلا أنه في حالة استخدام التحليل التدريجي فإننا نحتاج إلى عدد أكبر من الحالات أي إلى عينة أكبر يصل فيها عدد الحالات إلى أكبر من 40 مرة عدد المتغيرات أي 120 في المثال السابق.

والخلاصة لنا كتطبيقين ألا نقوم بدراسة عدد كبير من المتغيرات من عينة صغيرة فلا تستخدم عينة حجمها عشرين حالة لدراسة تأثير خمس متغيرات. وفي الواقع العملي قد يكون من السهل جدا زيادة حجم العينة وفي هذه الحالة فحاول الالتزام بالحدود العليا وفي بعض الحالات قد تكون هناك صعوبة بالغة في زيادة حجم العينة فحاول الالتزام بحد 5 أو 10 أو 20 مثل عدد المتغيرات. ويمكنك أن تركز على المتغيرات الأكثر أهمية في حالة صغر حجم العينة وعدم القدرة على زيادتها.

مثال:

افترض أننا نريد معرفة العوامل المؤثرة على عيوب المنتج ولدينا تصور أن هناك ثلاثة متغيرات قد تكون مؤثرة في جودة المنتج وهي: خبرة العامل، سرعة الماكينة ودرجة حرارة سائل التبريد.

سرعة الماكينة	درجة حرارة سائل التبريد	خبرة العامل	العيوب
45	34	10	33
55	36	12	35
60	37	11	38
50	31	10	29
60	32	10	38
60	35	5	39
65	36	4	44
65	32	5	43
50	31	11	34
60	34	7	38
55	35	6	39
55	33	11	31
50	31	10	34
50	31	12	32
50	32	9	34
65	36	5	39
55	35	11	35
60	31	4	40
50	30	12	28
60	37	11	35
60	32	13	30
55	36	9	33
50	34	11	33
45	37	12	26
60	30	4	40
65	31	5	41
50	32	6	33
50	33	7	31
50	34	9	33
60	35	6	38

نبدأ بتجميع البيانات وتسجيلها وافترض أن البيانات كانت كالتالي:

علينا الآن أن نستخدم برنامج إكسل لكي نقوم بتحليل الانحدار الخطي المتعدد. ولكن قبل ذلك علينا التأكد من الأمور التي ناقشناها في هذه المقالة. هل العينة مناسبة؟ لدينا 30 حالة مسجلة ونحن نريد دراسة ثلاثة عوامل فكما وأننا قد حققنا نسبة 10 أمثال تقريبا. ونعتبر هذا مقبولا ولا مانع من استخدام عينات أكبر في الواقع.

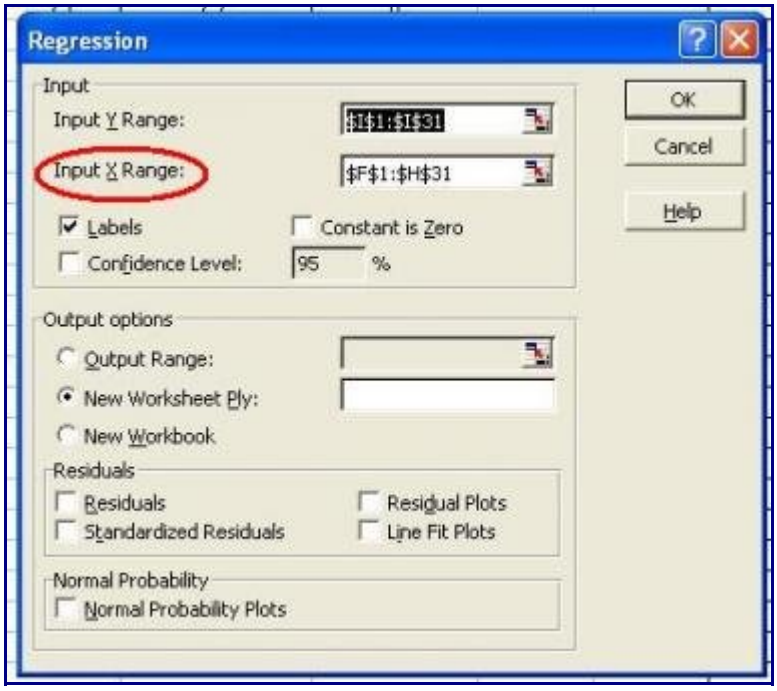
وهناك برامج أخرى تقوم بتحليل الانحدار مثل SPSS ولكننا نفضل التطبيق على برنامج إكسل لسعة استخدامه.

الأمر التالي هو دراسة ارتباط العوامل ببعضها. نقوم باستخدام تحليل الارتباط Correlation من إكسل. ونحصل على النتيجة التالية

	سرعة الماكينة	درجة حرارة سائل التبريد	خبرة العامل	العيوب
سرعة الماكينة	1			
درجة حرارة سائل التبريد	0.149	1		
خبرة العامل	-0.560	0.064	1	
العيوب	0.794	0.109	-0.753	1

هذا أمر جيد فلا يوجد ارتباط كبير بين المتغيرات الثلاث ولذلك فلا مانع من استخدامهم كلهم في التحليل.

سنستخدم نفس الطريقة التي اتبعناها في الانحدار الخطي البسيط. نختار Tools ثم Data Analysis ثم Regression. الفارق هو أننا عندما نكتب الخلايا التي تمثل المتغيرات المؤثرة في العيوب فإننا نختار كل الخلايا المكتوب فيها المتغيرات الثلاث: خبرة العامل، درجة حرارة سائل التبريد، سرعة الماكينة. وتجدر الإشارة إلا أنها كلها يجب أن تكون متلاصقة. لاحظ أنني كتبت بينات العيوب في العمود I والمتغيرات الثلاث في الأعمدة: F, G, H.



سنبدأ بتحليل الانحدار مستخدمين الثلاثة عوامل كلها. فنحصل على النتيجة التالية (سوف أحاول الاقتصار على عرض الأرقام التي سنستخدمها في التحليل):

R Square	0.7726
Adjusted R Square	0.7463

	F	*Significance F*
Regression	29.4395	1.61899E-08

	Coefficients	*P-value*
Intercept	15.9661	0.0409
سرعة الماكينة	0.3808	0.0001
درجة حرارة سائل التبريد	0.1186	0.5343
خبرة العامل	-0.6903	0.0004

تعتبر هذه النتيجة طبية لأن قيمة معامل التحديد المعدل Adjusted R Square هي 0.74 ونلاحظ أن F Significance هي تقريبا صفر فهي تحديدا 0.000000016. عندما نستعرض P Value نلاحظ أن درجة حرارة سائل التبريد تبدو غير مؤثرة حيث أن P Value هي 0.1186 أي أكبر من 0.05. لنجرب حذف هذا المتغير.

R Square	0.7691	
Adjusted R Square	0.7520	
	F	*Significance F*
Regression	44.9656	2.5489E-09
	Coefficients	*P-value*
Intercept	19.1112	0.0016
سرعة الماكينة	0.3926	0.0000
خبرة العامل	-0.6708	0.0004

هل النتيجة الآن أفضل أم أسوا؟ لقد زاد معامل التحديد المعدل Adjusted R Square من 0.746 إلى 0.752. لقد زادت قيمة F من 29.4 إلى 44.9 وقلت قيمة F Significance. وكل هذه مؤشرات تحسن كما أوضحنا في بداية المقالة. نعيد النظر في P Value فنجدها كلها أقل من 0.05. فنحن توصلنا فعلا إلى أنه توجد علاقة خطية بين عدد العيوب وخبرة العامل وسرعة الماكينة وأنه لا توجد علاقة خطية بين عدد العيوب ودرجة حرارة سائل التبريد.

يمكننا أن نكتب معادلة عدد العيوب كالتالي:

عدد العيوب = 19.11 + 0.392 x سرعة الماكينة - 0.67 x خبرة العامل

نحن كمديرين أو كمحللين أو كمهندسين توصلنا لأمور مهمة فسنهمل تأثير درجة حرارة سائل التبريد في سعينا لتقليل العيوب. من الواضح أن زيادة سرعة الماكينة تؤدي إلى زيادة العيوب بينما زيادة خبرة العامل تؤدي إلى نقصان العيوب. هذا واضح من المعاملات Coefficients فمعامل سرعة الماكينة موجب بينما معامل خبرة العامل سالب. وهذا امر يقبله العقل فالمفترض أنه كلما زادت خبرة العامل زادت مهارته وقلت أخطاؤه.

يمكننا معالجة الأمور بأن نحاول تدريب العاملين محدودي الخبرة وتحديد أخطائهم المتكررة وتوضيحها لهم ونبين لهم كيفية تجنبها. يمكننا كذلك أن ننصح العمال محدودي الخبرة باستخدام سرعة متوسطة لأن اجتماع السرعة العالية مع قلة الخبرة تؤدي إلى زيادة العيوب كثيرا.

هكذا ترى قيمة تحليل الانحدار المتعدد وكيفية استخدامه. في مقالات تالية إن شاء الله نستعرض المزيد من الأمثلة وننظر إلى بعض المحاذير عند استخدام تحليل الانحدار.

مقالات ذات صلة:

تحليل البيانات

من مراجع الموضوع:

Lean Six Sigma Pocket ToolBook, M. George at al., MCGrawHill, 2005

Discovering Statistics using SPSS for Windows, A. Field, Sage, 2003

Statistics for Managers, Levine et al., Prentice Hall, 1999

مواقع ذات صلة:

الانحدار المتعدد

الانحدار المتعدد

Multiple Regression

LISREL approaches to interactive effects in multiple regression

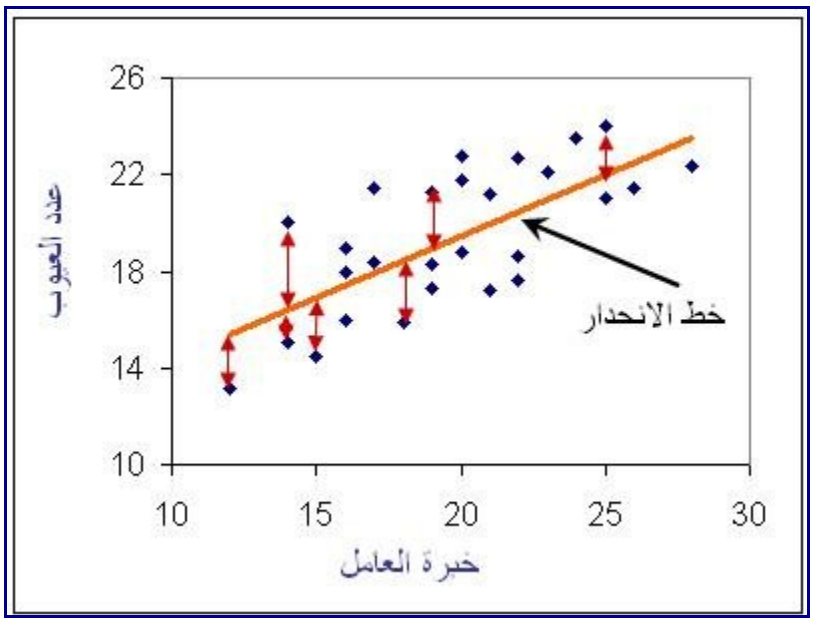
تحليل الانحدار – دراسة البواقي

نوفمبر 11, 2009

نستكمل في هذه المقالة موضوع تحليل الانحدار الخطي Linear Regression فنستعرض فرضيات تحليل الانحدار وكيفية التحقق منها. والأسلوب المستخدم للتأكد من تحقق هذه الفرضيات هو تحليل البواقي.

البواقي Residuals

ما هي البواقي؟ البواقي Residuals هي الفرق بين القيمة التي نحسبها من نموذج الانحدار والقيمة الحقيقية. فمثلا إذا قمنا بتحليل الانحدار لحجم المبيعات بناء على سعر البيع والجودة وعدد منافذ البيع فالباقي هو الخطأ في النموذج. فعند مقارنة حجم المبيعات لإحدى الحالات المعلومة لدينا بنتيجة النموذج فإننا نجد فارقا بينهما وهذا الفارق هو الخطأ في النموذج أو الباقي. يمكن أن نقول أن وجود هذا الفارق أو الخطأ هو من طبيعة تحليل الانحدار فمن النادر أن يكون تحليل الانحدار صحيحا بنسبة مائة بالمائة.



هذا الشكل يوضح البواقي عند القيام بتحديد خط الانحدار أي تحديد العلاقة الخطية بين خبرة العامل وعدد العيوب في المنتج. البيانات الأساسية التي سجلناها هي عبارة عن النقاط الزرقاء المبعثرة. وعندما رسمنا خط الانحدار وهو الخط المستقيم باللون البرتقالي فإنه لا ينطبق بطبيعة الحال على كل النقاط. ولذلك فهناك فارق بين البيانات المسجلة وعدد العيوب التي سننتجها من خط الانحدار أو معادلته. هذا الفارق هو الفارق بين كل نقطة من البيانات الأساسية وقيمة خط الانحدار. فعلى سبيل المثال فإنه إذا كانت خبرة العامل هي 25 عاما فإن البيانات المسجلة تبين أن عدد العيوب في المنتج كانت 24 تقريبا ولكننا لو استخدمنا خط الانحدار لوجدناه يعطينا قيمة مختلفة وهي 21 تقريبا. الفارق بين القيمة الحقيقية وتلك التي نحصل عليها من معادلة الانحدار أو خط الانحدار هو الباقي وهو بالنسبة لهذه النقطة يساوي 24 – 21 =3.

عندما قررنا أن نستخدم تحليل الانحدار الخطي فإننا افترضنا أن العلاقة بين عدد العيوب وخبرة العامل هي علاقة خطية أي أن عدد العيوب = ثابت + معامل * خبرة العامل بالسنين + خطأ. فنحن نفترض علاقة خط مستقيم. لذلك فإن أي شيء يبين أن العلاقة ليست خطية فهو ببساطة يهدم فرضنا الأساسي وبالتالي يجعلنا نبحث عن طريقة أخرى لدراسة العلاقة بين المتغيرين.

فرضيات تحليل الانحدار:

ينبني تحليل الانحدار على عدة فرضيات لابد أن نضمن صحتها عند إجراء هذا التحليل. هذه الفرضيات هي:

1- علاقة خطية Linearity بمعنى أن العلاقة هي علاقة خط كستقيم وليس خطا منحنيا

2- التجانس Homoscedasticity ومعناه ثبات التغير (التباين) في قيمة البواقي. عندما يكون هناك تجانس فإن البواقي ستكون متساوية إلى حد ما عند جميع القيم أو بمعنى آخر لن نلاحظ اتجاه لزيادة أو نقصان البواقي مع تغير قيمة المتغير المستقل. فمثلا لو حاولنا دراسة العلاقة بين حجم المبيعات وسعر البيع فإننا لن نلاحظ أن البواقي تتجه للزيادة مع زيادة سعر البيع.

3- استقلالية البواقي Independence of Residuals بمعنى أن الباقي لأي نقطة لا يعتمد على الباقي في النقطة أو النقاط السابقة. عندما تكون البواقي غير مستقلة فإننا نحتاج أن نستخدم نموذجا آخر يأخذ في الاعتبار هذه العلاقة.

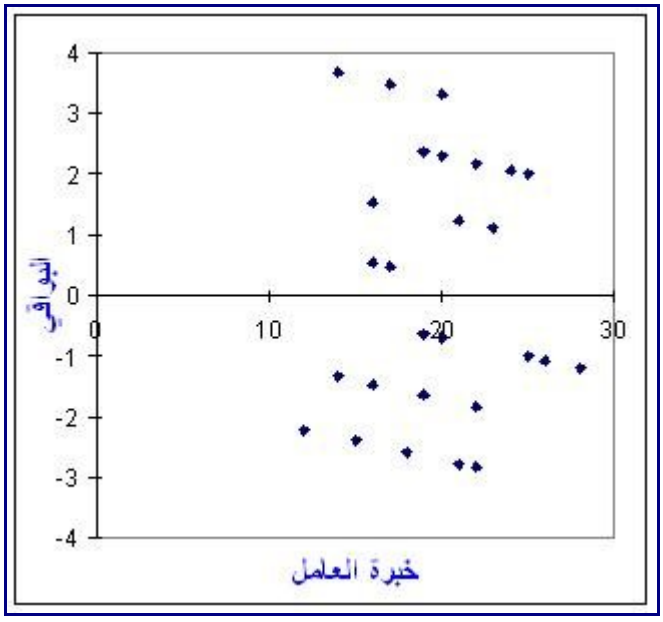
4- التوزيع الطبيعي للبواقي Normality of Residuals ينبني تحليل الانحدار على أن البواقي موزعة توزيعا طبيعيا عند كل النقاط للمتغير المستقل مثل سعر البيع. وهذا يعني أنها تتغير من سالب لموجب حول قيمة الصفر بشكل توزيع طبيعي وبحيث يكون مجموعها صفرا.

هذه هي الفرضيات باختصار وسوف نزيد الأمر وضوحا في الأقسام التالية.

التأكد من تحقق فرضيات تحليل الانحدار:

لكي نتأكد من أن البيانات التي ندرسها تخضع للفرضيات التي نفترضها في تحليل الانحدار الخطي فإننا نلجأ لدراسة البواقي فنرسم مجموعة من الرسومات البيانية التي تبين تحقق هذه الفرضيات من عدمه.

العلاقة بين البواقي وكل متغير مستقل: لابد أن تظهر هذه العلاقة كنقاط مبعثرة بشكل عشوائي في الاتجاهين السالب والموجب بدون وجود أي شكل أو منحنى. الشكل أدناه يبين هذه العلاقة للمثال السابق. لاحظ أن النقاط لا تأخذ شكلا محددا وهو ما يعني أن الخطأ هو خطأ عشوائي.

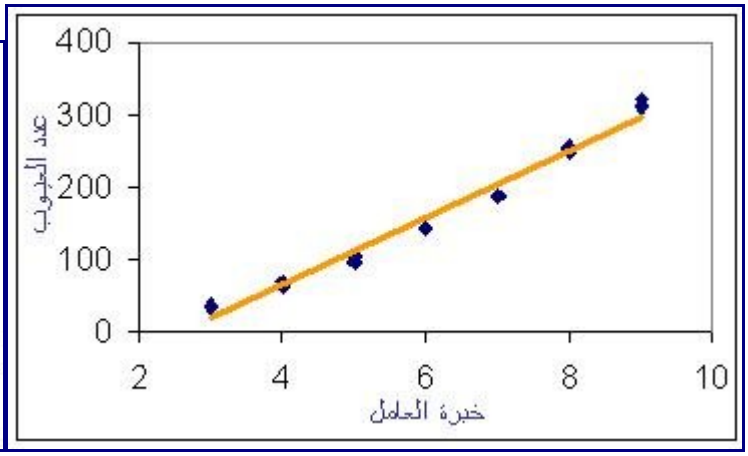


انظر إلى الشكل أدناه والذي يبين علاقة أخرى بين عدد العيوب وخبرة العامل. إن العلاقة هنا تأخذ شكلا مختلفا ولكن ربما لا تلاحظ شيئا مزعجا في خط الانحدار. وعندما ندرس نتائج تحليل الانحدار نجد أن النتائج مرضية فنسبة R square كبيرة وقيمة P صغيرة جدا ولكن دعنا ننظر لشكل البواقي.

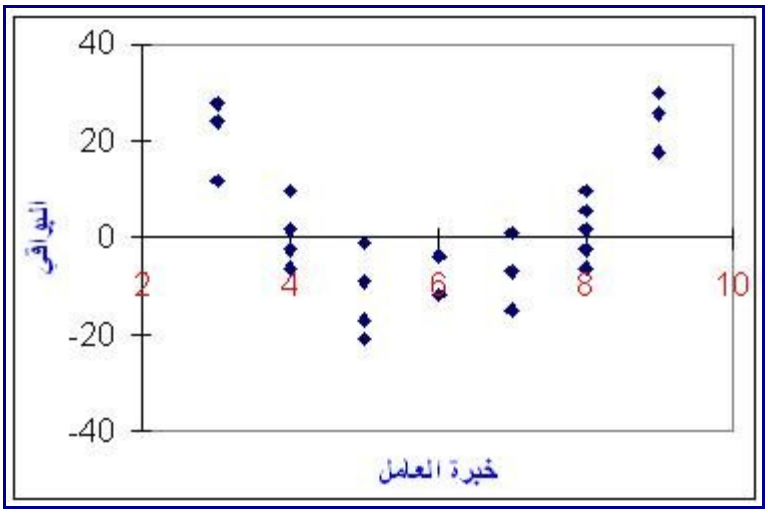
SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0.989311682
R Square	0.978737604
Adjusted R Square	0.977950108
Standard Error	13.98105733
Observations	29

	Coefficients	*P-value*
Intercept	-113.938623	2.18E-14
خبرة العامل	45.33436406	4.07E-24



الشكل أدناه يبين العلاقة بين الفواقد وخبرة العامل. المحور س يبين خبرة العامل والمحور ص يبين الباقي المناظر لها. ماذا نلاحظ في هذا الشكل؟ إن هناك اتجاه واضحا للفواقد فهي كانت موجبة ثم سالبة ثم موجبة مرة أخرى. هذا يعني أن العلاقة هي علاقة غير خطية. فلو كانت العلاقة خطية لما وجدنا هذا الاتجاه الواضح للبواقي ولو جدنا البواقي مبعثرة بشكل عشوائي. ففي مثالنا هذا يكون الأخذ بالنموذج الخطي هو أمر غير صحيح لأن العلاقة في الحقيقة غير خطية.



ماذا لو أخذنا بهذه العلاقة الخطية وأهملنا مشكلة البواقي؟ في هذه الحالة نكون قد استخدمنا معادلة غير مناسبة وهذا يعني أننا لو استخدمنا هذا النموذج لتوقع عدد العيوب المناظرة لخبرة عامل ما فإن هناك خطأ في التقدير. ربما ستقول لي ولكن العلاقة البيانية بين خط الانحدار والنقاط الأصلية لا يبدو كبيرا في الشكل الأول؟ هذا صحيح ولكن مقياس الرسم يتدخل في هذا الأمر. لو نظرت إلى رسم البواقي لوجدت أن الخطأ في تقدير عدد العيوب المناظرة لخبرة عامل 3 سنوات يصل إلى أكثر من عشرين. هل هذا خطأ بسيط؟ لو نظرت إلى الرسم للاحظت أن عدد العيوب الحقيقي المناظر لخبرة عامل 3 سنوات يتروح بين 35 و 45 تقريبا. فنسبة الخطأ هنا هي حوالي 20 / 40 = 50 %. هل هذه نسبة مقبولة.

دعك من هذا. لنرى كيف يمكننا استخدام النموذج لتوقع نسبة الخطأ المناظرة لعامل لديه خبرة قدرها سنة واحدة. إن النموذج الرياضي الذي استنتجناه هو

عدد العيوب = -113.9 + 45.33 * خبرة العامل + الباقي (الخطأ)

عند التعويض بخبرة عامل قدرها سنة واحدة نحصل على عدد العيوب = -68

بالطبع لا توجد عيوب أقل من الصفر. فالمعادلة هنا غير معبرة بالمرة. ماذا لو قدرنا الخطأ لعامل لديه خبرة قدرها عشرين سنة؟ إن النتيجة تكون 792. هل هذه نتيجة صحيحة؟ باستخدام العلاقة الحقيقية التي أنشأت بها هذه البيانات لاستخدامها في هذا المثال وهي:

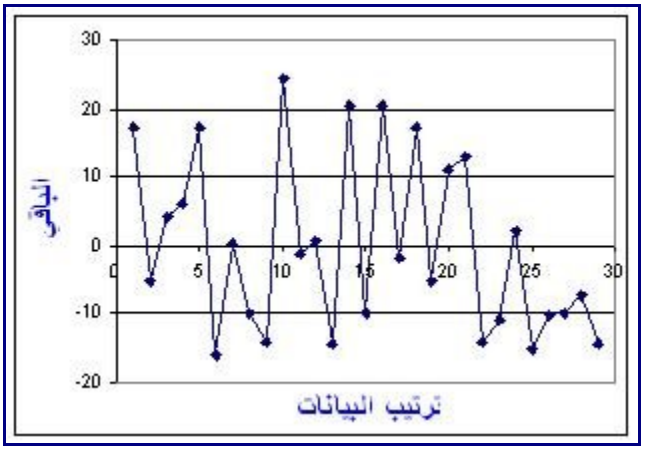
عدد العيوب = 2.5 + 3.85 * عدد العيوب ^{2}

فإننا نجد أن نسبة العيوب المناظرة لخبرة عامل عشرين سنة هي 1542. فنسبة الخطأ هنا تقارب 50%.

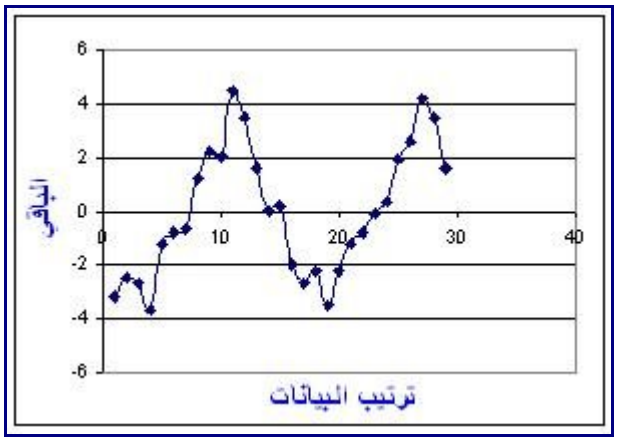
ربما في بعض النقاط نجد نسبة الخطأ قليلة جدا وتقترب من الصفر ولكن هذا لا يعني صحة العلاقة بشكل عام.

بالطبع هذا المثال هو مثال توضيحي ولا يقصد بع العلاقة الحقيقية بين خبرة العامل وعدد العيوب.

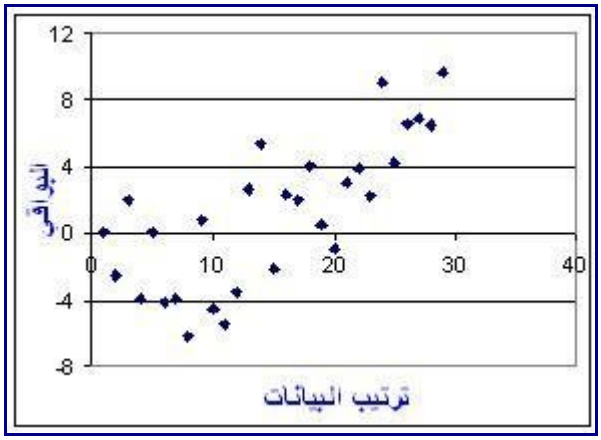
العلاقة بين البواقي وترتيب البيانات: يمكننا كذلك رسم العلاقة بين البواقي وترتيب تسجيل البيانات والذي ينبغي ألا يظهر اتجاها متزايدا أو شكل دوري متكرر. إن أحد فرضيات تحليل الانحدار هو استقلالية البواقي أي أن الباقي عند أي نقطة لا يعتمد على قيمة الباقي عند النقطة السابقة (أو النقاط السابقة) أي أن البواقي عشوائية.



هذا الشكل لا يظهر أي تزايد أو أي تغير دوري للبواقي. ولكن انظر إلى المثال التالي

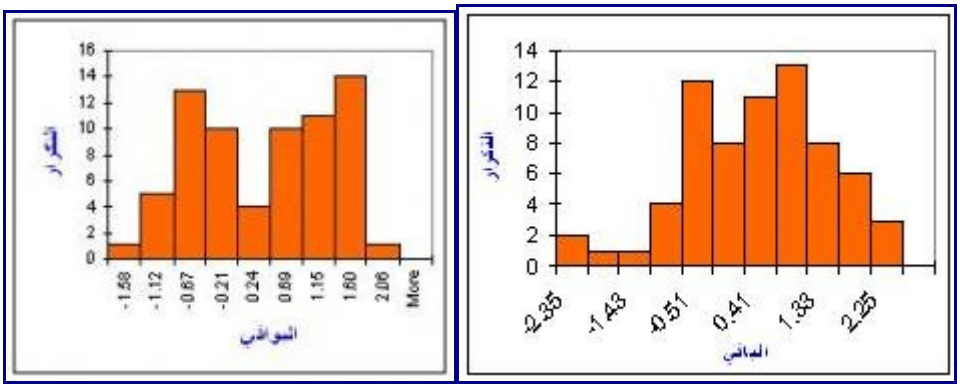


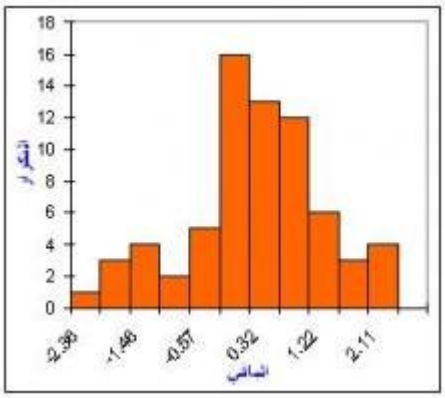
إن هذا الشكل يظهر تغير دوري شبه متكرر للبواقي. إذن فالبواقي غير مستقلة بل لها اتجاه محدد. في هذه الحالة مثلا يبدو أن هناك تغير موسمي seasonal في المتغير الذي نقيسه مع الزمن. فمثلا لو افترضنا أن هذا المتغير هو درجة حرارة سائل ما فإنه من الواضح تأثير الليل والنهار على درجة حرارة هذا السائل. في هذه الحالة فإن استخدامنا لنموذج تحليل الانحدار الخطي ليس هو الحل السليم بل يمكننا استخدام أسلوب التنبؤ باستخدام نموذج موسمي أي نموذج يأخذ في اعتباره هذا التغير الدوري في قيمة المتغير.



ماذا تلاحظ في هذا الشكل (أعلاه)؟ إن هناك تزايدا في قيمة البواقي مع الوقت وبالتالي فهي غير مستقلة. معنى ذلك أن الخطأ في النموذج يتزايد مع مرور الوقت فهو عند القراءات الأولى صغير وعند القراءات الأخيرة يأخذ قيما أكبر.

توزيع البواقي: هناك طريقتان تستخدمان للتأكد من توزيع البواقي توزيعا طبيعيا. الأول هو رسم التوزيع التكراري Histogram. فإذا كانت البواقي تتبع التوزيع الطبيعي فإن الفرض يكون قد تحقق. أما الثاني فهو منحنى الاحتمال الطبيعي Normal Probability Plot وهو أسلوب يستخدم للتحقق من أن مجموعة بيانات تتبع التوزيع الطبيعي. فإن كانت البيانات تتبع توزيعا طبيعيا فإنها تأخذ شكل خط مستقيم تقريبا وإن كانت غير ذلك فإنها تأخذ اتجاهات مختلفة حول هذا الخط المستقيم. لا يهمنا الاستنتاج الرياضي لمنحنى الاحتمال الطبيعي ولكن يهمنا التعرف عليه واستخدامه.



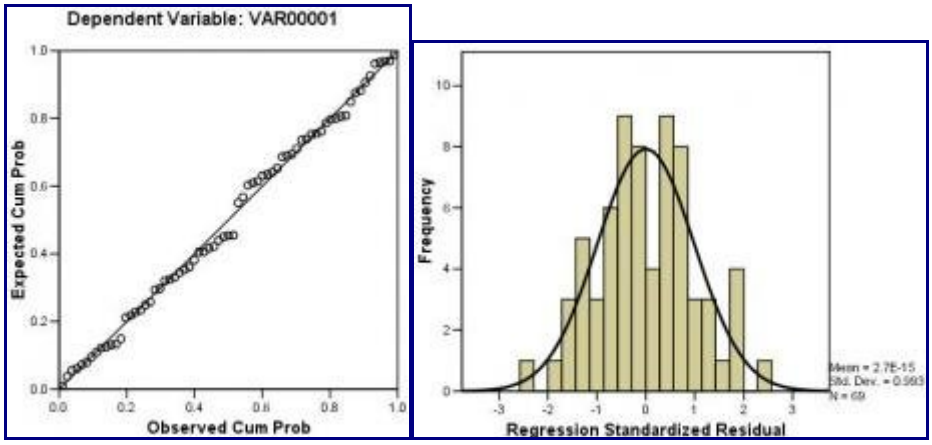


قد تجد أن التوزيع التكراري للأخطاء يشبه التوزيع الطبيعي مثل الأشكال الثلاثة أعلاه وقد تجده يختلف كثيرا. في

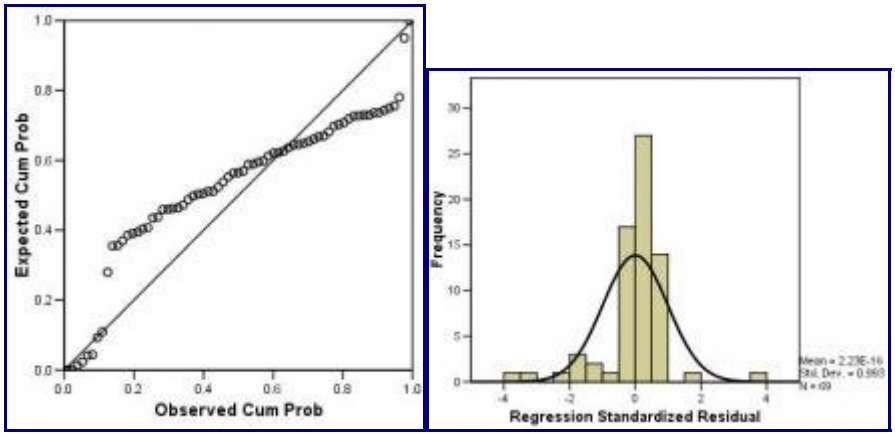
حالة أن التوزيع لا يتبع التوزيع الطبيعي بالمرة فإننا نبحث عن وسيلة أخرى غير تحليل الانحدار الخطي. الأمر المزعج هنا هو أن الحكم على الشكل يخضع للتقدير بشكل كبير وقد يختلف الرأي من شخص لآخر. بالإضافة لذلك فإن صغر حجم العينة قد يجعل الحكم على التوزيع الطبيع أمرا غير دقيق.

التوزيع التكراري للبواقي لا يظهر مع النتيجة بشكل تلقائي في برنامج إكسل ولكن يمكننا رسمه باستخدما Histogram…Data Analysis….Tools. وربما نشرح ذلك في مقالة أخرى. وأما في البرامج المتخصصة مثل Minitab, SPSS فإنك تحصل عليه مباشرة من النتيجة.

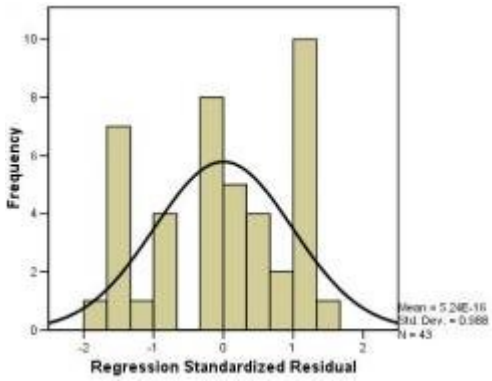
أما منحنى الاحتمال الطبيعي Normal Probability Plot فتحصل عليه من البرامج المتخصصة ولا تحصل عليه مباشرة من إكسل ويمكنك رسمه بإجراء بعض الحسابات. وهذا الرابط يقدم ملفا لرسم هذا المنحنى: ملف يشرح كيفية رسم منحنى الاحتمال الطبيعي. وإن شاء الله أتناول هذه التفاصيل في المستقبل. والذي يهمنا الآن هو نتيجة هذا الاختبار.

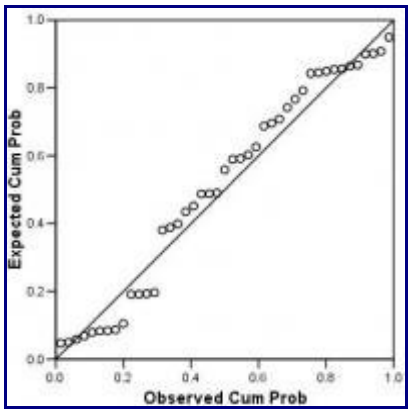


لاحظ في الشكلين أعلاه كيف أن منحنى التوزيع التكراري يشبه إلى حد كبير منحنى التوزيع الطبيعي. والشكل على اليمين هو منحنى الاحتمال الطبيعي وتلاحظ فيه أن النقاط تنطبق كثيرا على الخط المائل والذي يمثل منحنى التوزيع الطبيعي. ولذلك فإن الشكل يبين أن البيانات والتي هي البواقي القياسية في هذه الحالة تتبع توزيعا طبيعيا.



أما الشكلان أعلاه فيظهران اختلافا كبيرا عن التوزيع الطبيعي. انظر كيف تبعد النقاط في الشكل على اليمين عن الخط المائل الذي يمثل التوزيع الطبيعي.





والشكلان أعلاه يبينان بعدا عن التوزيع الطبيعي كذلك. بهذا تستطيع أن تحكم على نتائج منحنى الاحتمال الطبيعي.

موضوع دراسة البواقي ربما بدا معقدا بعض الشيء ولكن بالممارسة تعتاد عليه وتفهمه. وكما عرفنا فهو أمر مهم للتأكد من صحة استخدامنا لتحليل الانحدار.

مواقع ذات صلة بالموضوع:

Regression Assumptions

Are the Model Residuals Well Behaved?

من مراجع الموضوع:

Discovering Statistics using SPSS for Windows, A. Field, Sage, 2003

Statistics for Managers, Levine et al., Prentice Hall, 1999

Sampling .....كيف تختار العينة؟

أكتوبر 24, 2009

عندما تقوم بإجراء استبيان فإنك تحدد من سيجيب عليه وهنا تواجه سؤلا مهما وهو: هل ستسأل كل من له علاقة بالموضوع (مجتمع الدراسة) أم ستسأل بعضا منهم (عينة)؟ فمثلا إذا كنا سنجري دراسة عن مميزات وعيوب الخدمة التي نقدمها فهل سنسأل كل المستهلكين أم بعضا منهم؟ ربما يبدو سؤال كل المستهلكين كما لو كان الحل الدقيق والواجب ولكن الأمر ليس بهذه البساطة. هل تتصور صعوبة سؤال كل المستهلكين؟ هل تقدر الوقت والتكلفة اللازمين لسؤال كل المستهلكين؟ ما هو تأثير بطء جمع المعلومات على قدرتنا على المنافسة؟ إن سؤال كل المستهلكين هو عملية صعبة تحتاج وقت طويل وتكلفة عالية وتجعل عملية تحليل البيانات أكثر صعوبة. وفي نفس الوقت فإننا إن سألنا عشر المستهلكين أو أقل فما يدرينا أن رأيهم يمثل رأي كل المستهلكين.

يبدو لنا من ذلك أن طرح الاستبيان على عينة محدودة أمر سريع وأيسر من سؤال عدد هائل من الناس ولكن لابد من أن نبحث عن الطرق التي تجعل رأي العينة ممثلا لرأي كل المستهلكين وإلا فإن البيانات التي سنحصل عليها ستقودنا إلى استنتاجات خاطئة.

وعملية أخذ العينات ليست مقتصرة على طرح الاستبيانات بل هي مستخدمة كذلك في أي عملية مسح Survey عن طريق المقابلات الشخصية أو المقابلات عن طريق التليفون وهي مستخدمة عند أخذ عينات من المنتج للتحليل أو الفحص وهي مستخدمة عند ملاحظة عينات من عملية ما لتقدير وقتها وعند قياس عدد الناس المنتظرين في الطابور في أوقات مختلفة (عينات من الوقت). فالتطبيقات متشعبة جدا فمنها تطبيقات في مجال الصحة ومنها تطبيقات في مجال الصناعة ومنها تطبيقات في مجال التعليم ومنها تطبيقات في مجال السياسة ومنها تطبيقات في مجال التسويق وهكذا. فالكثير من وسائل الإعلام الأجنبية تقوم بعمل اقتراع لمعرفة رأي السكان أو المشاهدين أو القراء ومن الطبيعي أن بعض القراء أو المشاهدين أو السكان – وليس كلهم- سيشترك في الاقتراع ومع ذلك فإن نتيجة الاقتراع تعتبر معبرة عن رأي المجتمع كله. وإذا أرادت هيئة معرفة العادات الصحية لسكان بلد ما فإنك تسأل عينة من الناس وتعتبر أنها تمثل المجتمع كله.

وأحب توضيح بعض المصطلحات المستخدمة في هذه المقالة. فالمجتمع أو مجتمع الدراسة يقصد الأشخاص أو الأشياء التي ندرسها مثل السكان أو العملاء أو المرضى أو الطلبة أو المنتجات أو المواد الخام أو البهائم أو الدواجن وهكذا. وهذه الأشياء تسمى مفردات المجتمع وقد أستخدم أحيانا الأفراد بدلا من مفردات لأن الكثير من هذه الدراسات تتم على البشر.

عينات احتمالية (عشوائية) وعينات غير احتمالية (غير عشوائية):

هناك نوعان رئيسيان من العينات. النوع الأول هو العينات الاحتمالية (العشوائية) والتي تعتمد على وجود فرصة

معلوم (احتمال يمكن حسابه) لكل فرد من مجتمع الدراسة لكي يتم اختياره في العينة. أي أن عملية اختيار العينة تتبع أسلوب عشوائي بطرق مختلفة. أما العينات غير الاحتمالية فهي عينة يتم اختيارها بطرق غير عشوائية ولا يمكن تحديد احتمالية اختيار كل فرد من مجتمع الدراسة. ففي العينة غير الاحتمالية يتم اختيار العينة بناء على قواعد محددة مثل سهولة الوصول للأفراد. اختيار عينة غير احتمالية يحتاج مجهودا أقل في اختيار العينة وقد يساعد على تخفيض التكلفة والوقت في الاتصال بأفراد العينة لجمع المعلومات.

فيمكنك تصور اختيار العينة الاحتمالية (العشوائية) كما لو كنا سنجري قرعة ونختار من تخرج أسماؤهم في القرعة. أما العينة غير الاحتمالية فيمكنك أن تتصور أننا نختار أفرادا محددين ليشكلوا العينة. وهناك أنواع من العينات العشوائية وهناك أنواع من العينات غير الاحتمالية وسوف نستعرضهم بمشيئة الله في هذه المقالة.

العينات الاحتمالية (العشوائية) أفضل من ناحية اختيار عينة معبرة عن مجتمع الدراسة فطريقة الاختيار ليس فيها تعمد لاختيار أفرادا بعينهم أو أجزاء بعينها. والعينة الاحتمالية تمكننا من حساب نسبة التغير (الاختلاف) المتوقع بين القيم التي حصلنا عليها من العينة وبين تلك الحقيقية لمجتمع الدراسة. أما في حالة العينات غير الاحتمالية فلا يمكننا أن نستخدم أي أساليب إحصائية لتقدير قيمة الخطأ أو نسبته. بالإضافة لذلك فإن هناك احتمالات لوجود تحيز عند اختيار عينة غير احتمالية وبالتالي هناك شك في أن العينة تمثل المجتمع.

قد تتصور أنه لا بديل عن استخدام العينات الاحتمالية. ولكن في الواقع فإن العينات غير الاحتمالية تستخدم كثيرا. نعم العينات الاحتمالية تعطي نتائج أدق ولكن في كثير من الأحيان يكون من الصعب اختيار عينة عشوائية. قد لا تسمح لك الميزانية أو طبيعة المكان بالوصول لأي فرد من مجتمع الدراسة فتقرر اختيار عينة من أماكن محددة، قد تكون الدراسة مبدئية لتكوين فكرة عن الموضوع ثم يستتبعها دراسة شاملة فتقرر الاكتفاء بعينة غير احتمالية في الدراسة المبدئية، قد يكون ضيق الوقت سببا في اختيار عينة غير احتمالية وهكذا. وفي بعض الأحيان قد تكون العينة غير العشوائية أفضل من العينة العشوائية كما سنبين في العينات الاجتهادية.

أنواع العينات العشوائية (الاحتمالية):

1- العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample

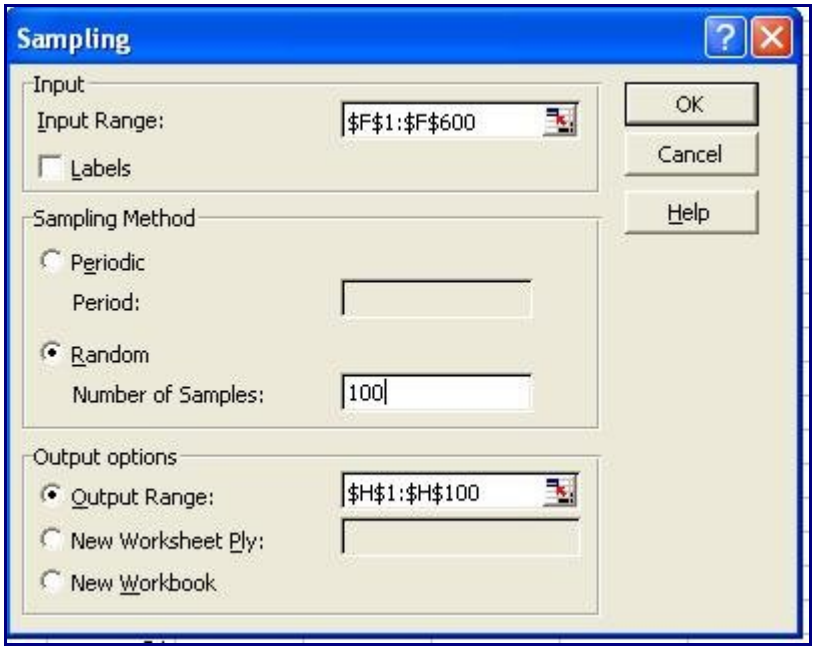
يتم اختيار العينة العشوائية البسيطة بطريق بسيطة وهي القرعة. فمثلا إذا أردنا اختيار عينة من طلبة جامعة ما فإننا نكتب رقم كل طالب أو اسمه في ورقة ثم نضع الأوراق في إناء كروي ويتم تقليب الأوراق داخل الدورق ثمنبدأ عملية سحب عشوائي. في هذه الحالة فإن كل طالب يتم سحب رقمه يكون أحد أفراد العينة ولا يمكن تغيير طالب مكان آخر أو إهمال أي طالب.

وقد أصبح الأمر أيسر من ذلك في زمننا هذا حيث يمكننا اختيار العينة العشوائية البسيطة باستخدام الحاسوب. فمثلا يمكن أن نستخدم برنامج إكسل لتخليق عدد من الأرقام العشوائية بين رقمين. فلو كانت أرقام الطلبة تتراوح بين 1000 و 1600 فإننا نكتب في أي خلية

=RANDBETWEEN(1000,1600)

وبنسخ هذه الخلية في 100 خلية مثلا نحصل على 100 رقم بين 1000 و 1600. وتكون هذه الأرقام هي عينة عشوائية بسيطة من أرقام الطلبة أي من الطلبة (مجتمع الدراسة).

وهناك طريقة أخرى وهي أن تكتب الأرقام التي ستختار منها في عمود ثم تضغط على Tools ثم Data Analysis ثم Sampling.

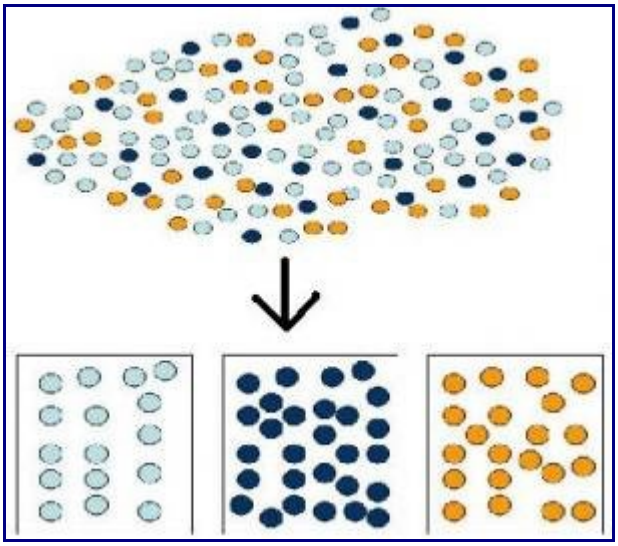


لاحظ أن Input Range هو الخلايا التي كتبت فيها الأرقام وهي في المثال الذي استخدمته F1 إلى F600. وهناك اختيارين هما Periodic و Random. في هذه الحالة نختار Random أي اختيار عشوائي. ويتم كتابة حجم العينة في خانة Number of Samples. وأما Output Range فهو الخلايا التي تريد أن يكتب فيها إكسل الأرقام التي اختارها وهي في هذا المثال H1إلى H100. وبهذا نحصل على عينة عشوائية بسيطة من الطلبة.

العينة العشوائية البسطة هي عينة خالية من التحيز ولكنها لا تخلو من المشاكل. قد تفاجأ بأن بعض من تم اختيارهم يصعب أن يجيبوا على الاستبيان أو يصعب عليك الذهاب لهم لإجراء مقابلة شخصية. قد يكون مجتمع الدراسة مكونا من مجموعات لها سميات مميزة وقد تجد أن العينة العشوائية البسيطة لم تحتو على عدد كاف من بعض هذه المجموعات وبالتالي فلا يمكنك تحليل آراء أو بيانات كل مجموعة ومقارنتها بالأخرى.

2- العينة الطبقية Stratified Sample

في هذه الحالة يتم تقسيم مجتمع الدراسة (البحث) إلى مجموعات غير متداخلة ثم يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة. فمثلا لو كنا ندرس طلبة الجامعة فقد نقسمهم إلى تخصصات مختلفة ولو كنا ندرس المرضى فقد نقسمهم إلى نوعيات مختلفة من المرض ولو كنا ندرس العملاء فقد نقسمهم حسب حجم تعاملهم معنا أو إلى رجال ونساء أو إلى عائلات وأفراد وهكذا. بعد ذلك نختار عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة.



ولكن هناك عدة خيارات في الحجم النسبي للعينات فقد نجعل حجم العينات يتناسب مع حجم كل مجموعة وقد نجعل حجم العينات متساو بغض النظر عن حجم المجموعات. وقد يصل الأمر أن تأخذ عينات لا يتناسب حجمها مع حجم المجموعة التي أخذت منها وذلك لوجود تباين كبير داخل المجموعة. فمثلا قد يكون مجتمع الدراسة هو ألف طالب وهؤلاء الطلبة ينقسمون إلى طلبة محليين (600 طالب) وأجانب (400 طالب). ونحن نعلم أن آراء ومتطلبات الطلبة الأجانب تتنوع كثيرا بتنوع بلادهم التي نشؤوا فيها. لذلك فإننا قد نأخذ عينة أكبر من الطلبة الأجانب لكي تكون عينة ممثلة فعلا لهذه المجموعة، وأما بالنسبة للطلبة المحليين فربما كانت مجموعة أصغر كافية لوجود تجانس في أفكارهم وآرائهم إلى حد ما.

بهذه الطريقة نستطيع تحليل نتائج كل مجموعة وأن نقول هذه المجموعة تفضل كذا وهذه تفضل كذا أو هذه المجموعة تتميز بكذا وهذه تتميز بكذا. ويبقى أن نقوم بتجميع ذلك لنعبر عن مجتمع الدراسة كله. يستخدم في ذلك المتوسط الحسابي المرجح (الموزون) Weighted Average. فمثلا لو كان لدينا ثلاث مجموعات من العملاء وقمنا بقياس رضا كل مجموعة عن الخدمة التي نقدمها ونريد تحديد رضا العملاء كلهم عن الخدم. افترض أن المجموعات عددها هو 300، 500، 200 وأن مستوى الرضا عن الخدمة هو 3، 4، 3.6 على التوالي. علينا أن نحسب الوزن النسبي لكل مجموعة بقسمة حجم المجموعة على حجم المجتمع كله كالتالي:

الوزن النسبي للمجموعة الأولى= 300 / 1000 = 0.3

الوزن النسبي للمجموعة الأولى= 500 / 1000 = 0.5

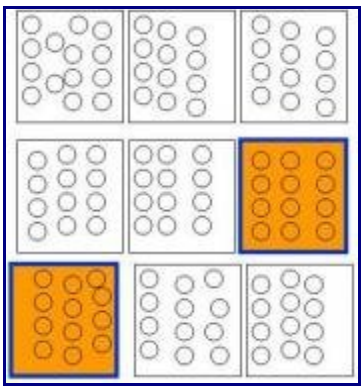
الوزن النسبي للمجموعة الأولى= 200 / 1000 = 0.2

والآن نحسب المؤشر العام لرضا العملاء عن الخدمة بضرب نتيجة كل مجموعة في وزنها النسبي

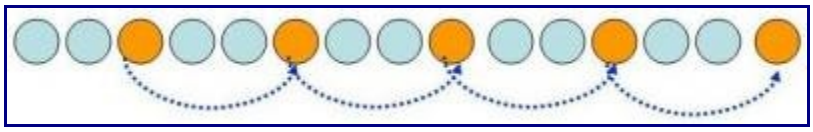
المؤشر العام للرضا عن الخدمة = 0.3 * 3 + 0.5 * 4 + 0.5 * 3.6= 4.7

3- العينة العنقودية Cluster Sample

عندما يكون مجتمع الدراسة كبيرا وموزعا بين مناطق متباعدة بحيث يصعب الوصول إليها كلها فإنه يتم اختيار عينة من المناطق بشكل عشوائي وتعتبر العينة مكونة من كل مفردات المناطق المختارة. وفي حالة عدم القدرة على الحصول على آراء أو بيانات كل العينة فنحاول على الأقل أن نحصل على آراء أو بينات معظمها. بهذا الأسلوب نكون قد قللنا التكلفة والوقت اللازمين لعملية المسح سواء كانت عن طريق استبيان أو مقابلات شخصية. ولكن المخاطرة تكمن في أن بعض المناطق قد لا تكون معبرة عن مناطق أخرى.



4- العينة النظامية Systematic Sample هذه الطريقة هي طريقة عملية لاختيار عينة شبيهة بالعينة العشوائية البسيطة. في هذه الحالة يتم اختيار العينة بنظام محدد فمثلا لو أردنا أن نختار عينة مكونة من 100 موظف من أصل 1000 موظف فإننا نختار موظف من كل عشرة بنظام ثابت أي أننا نختار الموظف رقم 10 ثم عشرين ثم ثلاثين وهكذا. ومثلا لو كنا نختبر منتجات مرتبة في المخزن أو في المصنع فإننا ببساطة نختبر منتج من كل عدد ثابت منها مثل ان نختبر أول منتج ثم السادس ثم الحادي عشر. وكذلك لو كنا نريد سؤال العملاء عن خدمة ما فقد نختار أول عميل يدخل ثم الحادي عشر ثم الحادي والعشرين وهكذا. وإذا كنا نريد قياس طول طابور العملاء المنتظرين فإننا قد نقيس طوله كل فترة ثابتة مثل عشرين دقيقة فنقيس الساعة التاسعة وعشرين دقيقة ثم التاسعة وأربعين دقيقة ثم العاشرة ثم العاشرة وعشرين دقيقة وهكذا.



كما ترى فهي طريقة عملية جدا ويمكن تنفيذها في بعض الأحيان بدون استخدام الحاسوب أو غيره كما في عملية اختبار المنتج النهائي أو سؤال العملاء الزائرين لمركز الخدمة. وتجدر الإشارة إلى ان اختيار نقطة البداية هي عملية اختيارية فقد نختار أحد الموظفين في أول عشرة موظفين مثل أن نختار الموظف الثالث ثم الثالث عشر ثم الثالث والعشرين وهكذا على فرض أننا نختار موظف من كل عشرة موظفين.

وعلى الرغم من أن هذه الطريقة تشبه كثيرا العينة العشوائية البسيطة فإنه ينبغي التفكير في وجود تسلسل ما لمجتمع الدراسة فمثلا عندما نقيس طول الطابور كل عشرين دقيقة فإننا لن نقيس الطابور أبدا في منتصف الساعة أي الساعة العاشرة والنصف أو الحادية عشرة والنصف. فإن كانت هناك فترات ازدحام قصيرة تحدث في تلك الأوقات فلن نستطيع الإحساس بها من خلال هذه العينة. ومثلا لو كان لدينا منتج مخزن في أكوام أو صناديق وقررنا اختبار منتج من كل سادس صندوق أي السادس ثم الحادي عشر ثم الثامن عشر فقد لا تكون العملية عشوائية لو كان ترتيب الصناديق يتبع أسلوبا محددا مثل أن يكون كل عشرة صناديق تمثل إنتاج يوم محدد وبالتالي فإننا نقيس جودة المنتج في منتصف اليوم فقط. فينبغي العناية بهذه النقطة عند استخدام العينة النظامية.

5- الاختيار متعدد المراحل Multistage Sampling قد نحتاج لاختيار عينة على مراحل متعددة. فمثلا قد نختار عينة عنقودية من كل محافظات مصر ثم عينة عنقودية من أحياء المحافظات التي تم اختيارها ثم عينة طبقية من الأحياء التي تم اختيارها أو عينة نظامية من بيوت تلك الأحياء. والسبب في تعدد المراحل هو الحاجة للوصول لعينة صغيرة نسبيا. وينبغي مراعاة تناسب كل طريقة اختيار لكل مرحلة.

أنواع العينات غير العشوائية: على الرغم من أفضلية العينات العشوائية فإنه في كثير من الأحيان يتم استخدام عينات غير عشوائية نتيجة لصعوبة أو تكلفة العينة العشوائية. نستعرض هنا بعض هذه الطرق.

1 عينة مريحة Convenience Sampling:

هذه العينة تعني أن تختار عينة مريحة مثل أن تسأل بعض السكان من المناطق القريبة أو تسأل بعض الموظفين الذين تعرفهم أو وهكذا. هذه الطريقة تعتبر غير دقيقة ولكنها تستخدم في حالة الرغبة في اتخاذ قرارات سريعة وغير مهمة. فمثلا قد تستخدم هذه الطريقة لمجرد اختبار الاستبيان قبل إرساله لمجموعة عشوائية وقد تستخدم لاستطلاع رأي مبدئي وهكذا.

وتعتبر هذه الطريقة مناسبة لو كان مجتمع الدراسة متشابها تماما في ما يتعلق بالموضوع الذي ندرسه ويعتبر غير دقيق في حالة وجود اختلافات كبيرة. وكتبسيط للموضوع فإن اختبار جودة الطبخ لشيء متجانس تماما مثل الملوخية قد يصلح فيه عينة مريحة وأما اختبار جودة شيء غير متجانس مثل شواء اللحم فإن العينة المريحة قد لا تكون معبرة بدقة.

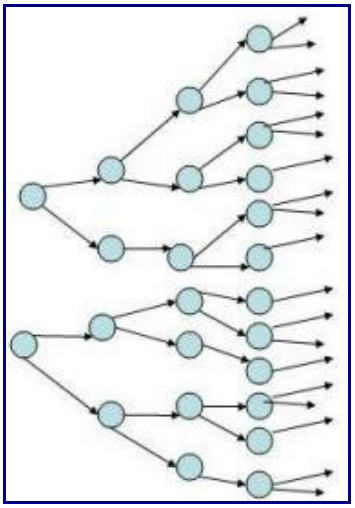
2- عينة اجتهادية Judgmental Sampling:

في هذه الطريقة يقوم شخص خبير بالموضوع وبمجتمع الدراسة بتحديد أسلوب اختيار العينة. فمثلا قد يحدد مدنا بعينها لدراستها بدلا من دراسة كل المدن أو اختيار عينة عشوائية. وفي هذه الحالة فإن هذا الشخص الخبير يختار مدنا تعبر فعلا عن التنوع الموجود في المدن كلها. وكذلك فإنه في حالة اختبار منتج فإن العينة الاجتهادية قد تستخدم بان يتم اختيار عينات أكثر من المناطق التي يحتمل وجود العيوب بها أو من ظروف العمل التي تنتج عيوبا أكثر.

العينة الاجتهادية قد تحتمل بعض الانحياز فهي عينة غير احتمالية ولكنها في بعض الأحيان قد تكون أفضل من العينة العشوائية. ففي حالة اختيار بعض المدن عشوائيا فإننا بعض المدن ذات الصفات الخاصة قد لا يقع عليها الاختيار. وفي حالة فحص منتجات مصنعة فإن اختيار عينة عشوائية بسيطة سوف يجعلنا نفحص عددا أقل من المنطقة التي نتوقع منها العيوب. فالأمر يتوقف على طبيعة الدراسة وجدية الاجتهاد في اختيار العينة.

3- عينة مرجعية (كرة الثلج) Snowball Sampling:

هذه العينة تستخدم حين لا يكون مجتمع الدراسة معلوما لدينا على مستوى الأشخاص. فمثلا لو كنا نريد أن نطرح استبيانا على المتخصصين في دراسة تأثير الاحتباس الحراري على سلوك الإنسان أو أردنا أن ندرس تأثير تناول الكحوليات على صحة الإنسان أو أردنا أن ندرس احتياجات الأطباء الذين يستخدمون أسلوبا محددا في إجراء جراحة ما فإننا في هذه الحالات كلها لا يمكننا تحديد هؤلاء الأشخاص ومن ثم اختيار عينة عشوائية منهم. ماذا نفعل؟ إننا نحاول الوصول إلى واحد أو اثنين أو ثلاثة ثم نسألهم عن ما نريد ثم نطلب منهم ترشيح أشخاص لديهم نفس المواصفات المطلوبة. وبهذا فإن كل شخص نقابله يرشح لنا شخص أو اثنين أو أكثر ممن تنطبق عليهم شروط الدراسة.



هذه الطريقة لا تخلو من الانحياز فهي عينة غير عشوائية ولكن استخدامها قد يكون هو الحل الوحيد في بعض الحالات مثل الأمثلة المذكورة أعلاه.

4- عينة حصصية Quota Sampling:

هذه العينة شبيهة جدا بالعينة الطبقية حيث يتم تقسيم المجتمع إلى عدة طبقات (شرائح) ثم يتم الاختيار من بين هذه الطبقات. ولكن الاختلاف هن ان الاختيار من داخل الطبقات لا يتم بشكل عشوائي. وبهذا تكون العينة قد حافظت على المجموعات الموجودة في المجتمع وفي نفس الوقت فهي أبسط من العينة الطبقية في طريقة اختيار مفردات العينة. ولا يخفى عليك عيوب أنها عينة غير عشوائية.

كما ترى فهناك طرق مختلفة لاختيار العينات وعليك أن تنتقي منها – بعناية – ما يناسب الدراسة التي تقوم بها وطبيعة مجتمع الدراسة وقدراتك المادية والوقت المتاح للدراسة.

من مراجع الموضوع:

Essentials for arketing Research, Kume, Akker and Day, Wiley, 2nEdition, 2002

Statistics for Managers, Levine et al., second edition, Prentice Hall, 1999

sampling -ChangingMinds.org

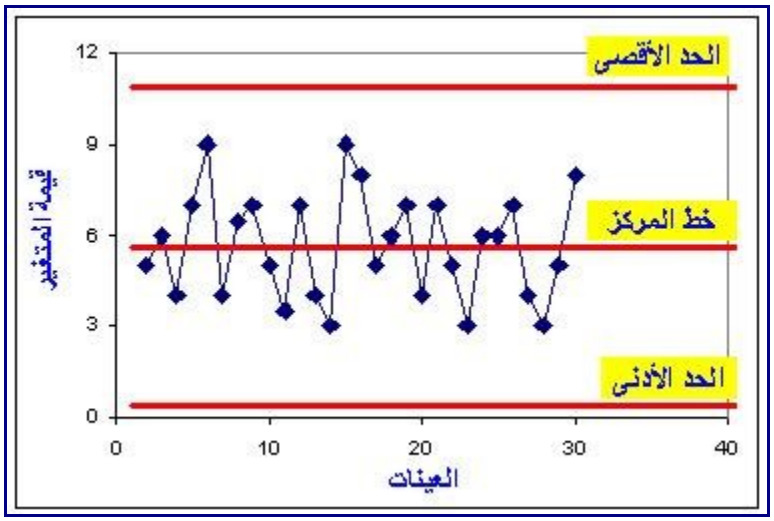
خرائط المراقبة Control Charts

يناير 22, 2010

ما هي خرائط المراقبة؟

خرائط المراقبة (الضبط) Control Charts هي وسيلة أساسية لضبط العمليات إحصائيا Statistical Process Control. فباستخدام خرائط المراقبة يمكننا متابعة سير العمليات واستخدام علم الإحصاء لمعرفة ما إذا كان هناك تغير غير طبيعي في العملية. فهي تمكننا من التدخل المبكر جدا لتصحيح العملية وتساعدنا في تحديد سبب التغير. وهي وإن كانت مبنية على علم الإحصاء فإن استخدامها اليومي لا يحتاج لمتخصصين في الإحصاء بل هي وسيلة ينبغي أن يستخدمها عامل التشغيل نفسه.

افترض أنك مشرف إنتاج وتقوم بمتابعة العمل كل ساعة. وفي يوم من الأيام كانت نسبة العيوب في كل 100 منتج كالآتي: 3، 5 ، 1 ، 6، 7، 4. ما هو رد فعلك؟ ما هو الرقم الذي سيجعلك تتدخل للبحث عن السبب؟ هل مجرد زيادة النسبة من 1 إلى 5 يستدعي توقف الإنتاج حتى يتم تحديد سبب هذا الانهيار؟ ما هي مرجعية قرارك؟ هل 5 يعتبر رقم طبيعي أم لا؟ هل 7 يعتبر رقم مقبول؟ هل مستوى العملية قد تغير تغيرا ملحوظا أم لا؟ ثم هل يعتبر رقم 1 إنجازا أم لا؟ كيف ستحدد ذلك؟ في الحقيقة يصعب الإجابة عن هذه الأسئلة ولكن خرائط الضبط (المراقبة) تجيبنا عن ذلك.



خريطة التحكم هي خريطة تبين لنا القيمة المتوسطة للمتغير الذي نتابعه وكذلك القيمة الدنيا والقصوى. فعندما نبدأ في استخدام خرائط التحكم فإننا نجمع بعض العينات ونسجل القيمة المتوسطة لكل عينة للمتغير الذي نقيسه مثل طول المنتج أو قطره أو درجة الحرارة. بعد ذلك نحسب القيمة المتوسطة وبذلك نرسم أول خط في خريطة التحكم والذي يُمثل المتوسط. أما القيمة القصوى فيتم حسابهما بجمع المتوسط مع ثلاثة أمثال الانحراف المعياري. والقيمة الدنيا أو الحد الأدنى فيتم حسابه بطرح ثلاثة أمثال الانحراف المعياري من المتوسط. وسوف أبين كيفية رسم الخريطة بالتفصيل والتبسيط بمشيئة الله في مقالة تالية.

ما معنى القيمة القصوى والدنيا؟ افترض أن العملية التي نتابعها هي عملية مستقرة تنتج جودة مقبولة طبقا للمواصفات المطلوبة. وافترض أن التغير في قطر المنتج يتراوح بين 9.5 و 10.5. وافترض أن هذا المدى ثابت يوميا ففي كل يوم يتراوح القطر بين هاتين القيميتين فمثلا تكون النتائج: 10.1- 10.2 – 9.9 – 10.0 – 9.6 – 10.5 - 9.8 – 9.5 – 10.3. فلو وجدنا في يوم ما أن القطر يساوى 10.6 أو 9.4 فإننا نستنتج فورا أن تغيرا خارج الحدود

المعتادة قد حدث في هذه العملية وبالتالي فإننا نوقف العمل ونبحث عن السبب ونحاول علاجه. هذا هو المقصود بالقيمة الدنيا والقصوى ببعض التبسيط.

في الواقع فإن التغير يختلف من يوم لآخر فلا نستطيع تحديد مدى التغير على وجه الدقة ولكن باستخدام الانحراف المعياري فإننا نرسم الحد الأدنى والأقصى اللذين يمثلان 95% من قيم المتغير. بمعنى أنه لو وقعت نقطة خارج هذه الحدود فإن ذلك يعني أننا متأكدين أن تغيرا غير عادي قد حدث ونسبة التأكد هي 95%.

وقد تكون القيم داخل المدى المحدد ولكننا نفهم من الخريطة أن هناك تغيرا غير طبيعي وذلك بسبب اتخاذ القيم لأشكال محددة سنناقشها لاحقا إن شاء الله. وفي نفس الوقت فإن القيم قد تتغير حول المتوسط صعودا وهبوطا في ما بين الحدا الأدنى والأقصى ونكون مطمئنين إلا أنه لا يوجد تغير غير طبيعي أي أن التغير هو نفسه التغير الطبيعي للعملية. وهذا ما يظهر في الشكل السابق حيث أن هناك تغيرات كثيرة ولكنها في الحدود الطبيعية للعملية.

وبالتالي فإننا نُوَقع النتائج على خريطة التحكم بشكل دوري فنستطيع أن نحكم ما إذا كان التغير يعتبر تغيرا عاديا أو بسبب مؤثر خاص. لاحظ أننا هناك نحكم على أن العملية ما زالت مستمرة بنفس التغير ولا نحكم على أنها مناسبة. ففي بداية التنفيذ ينبغي أن تكون العملية تحقق الجودة المطلوبة وإلا فإننا سنحافظ عليها في الوضع الخاطئ. فلو نظرنا للشكل أعلاه للاحظنا تغيرات كثيرة في قيمة المتغير الذي نقيسه والذي قد يكون زمن الخدمة أو بعد من أبعاد المنتج. وباستخدام هذه الطريقة ندرك بمجرد النظر أن العملية غير منضبطة إحصائيا فهناك تغيرات غير طبيعية مبينة بالنقاط الملونة باللون الأحمر والتي خرجت عن الحد الأدنى أو الأقصى. لذلك فإن علينا أن نبحث عن أسباب التغير غير الطبيعي في هذه العينات. هل استخدمنا مادة خام مختلفة أم أن المشغل كان قليل الخبرة أم تم تغيير طريقة العمل أم حدث انهيار لجزء ما بالماكينة أم ...؟ أما التغير حول خط المنتصف وداخل الحدين الأقصى والأدنى فإنه أمر طبيعي ولا يستدعي أي تدخل.

فكما ترى فهي وسيلة مفيدة حيث أنها تعطينا تحذيرات مبكرة وتبين لنا ما إذا كان التغير مؤثرا أم لا. لذلك فإن خرائط المراقبة أو الضبط قد شاع استخدامها.

خلفية تاريخية:

تُعزى نشأة خرائط المراقبة إلى ولتر شوهارت Walter Shewhart في العشرينيات من القرن الماضي حيث كان يعمل في شركة بل Bell Labs للاتصالات. وقد كان هناك حاجة لتقليل العيوب في أجهزة الاتصالات التي تنتجها الشركة. وقد صاغ د. شوهارت التغير في صورة تغير طبيعي وتغير غير طبيعي (خاص) ثم اقترح خرائط التحكم

كوسيلة للتفريق بينهما ولمتابعة التغير والتدخل لإعادة العملية إلى طبيعتها. وقد ساهم إدوارد دمنج Edward Deming في نشر هذا الأسلوب في عدة شركات بالولايات المتحدة ثم بعد الحرب العالمية الثانية ولعدة عقود في اليابان التي تبنت أفكاره وطبقتها بكل جدية. ولذلك فإن الضبط الإحصائي للعمليات باستخدام خرائط التحكم هو أحد الأدوات التي تستخدم في نظام تويوتا الإنتاجي.

الاستخدامات:

لعلك استنتجت مما قرأت حتى الآن أن خرائط الضبط (المراقبة) هي وسيلة تستخدم في العمليات التصنيعية فقط. في الواقع إن هذه الوسيلة تستخدم في شتى المجالات فهي تستخدم في متابعة الأداء سواء في المصانع أو المؤسسات الخدمية. وهي تستخدم لمتابعة أداء العمليات اليومية وكذلك تحليل أداء المؤسسة. وهناك مؤسسات عربية تستخدم خرائط الضبط كجزء من العمل اليومي. فيمكن أن ترسم خرائط ضبط لأبعاد المنتج أو لعدد الأخطاء أو لجودة المادة الخام أو لزمن العملية أو لدرجة رضا العميل عن الخدمة أو لحجم المبيعات أو وقت الانتظار أو عدد شكاوى العملاء أو سرعة الاستجابة أو غير ذلك.

بعد أن تعرفنا على هذه الخرائط المفيدة فإننا نستكمل الرحلة في المقالات التالية إن شاء الله ونتعرف على أنواع هذه الخرائط وكيفية بنائها وكيفية قراءتها.

من مراجع المقالة:

مفهوم خريطة المراقبة – د. محمد عيشوني

Operations Management, Russel & Taylor, 3rd Edition, Prentice Hall, 2000

Competitive Manufacturing Management, Nicholas, 1998, Irwin/McGraw-Hill

Lean Six Sigma Pocket ToolBook, George at al., McGraw Hill, 2005

مواقع ذات صلة:

استعمال برنامج إكسل في مجال ضبط الجودة

Statistical Process Control in Health Service

Control Charts- Wikipedia

المدرج التكراري Histogram

يناير 25, 2010

المدرج التكراري Histogram هو من الأدوات الشهيرة في تحليل البيانات لبساطته وتوضيحه لتوزيع البيانات. والكثير من التحاليل الإحصائية تبدأ برسم المدرج التكراري لمعرفة توافق توزيع البيانات الحقيقي مع بعض التوزيعات المعروفة مثل التوزيع الطبيعي Normal Distribution. ولهذا الأمر ارتباط بخرائط المراقبة لذلك فضلتُ أن أخصص هذه المقالة لمناقشة المدرج التكراري ثم المقالة التالية لمناقشة منحنى التوزيع الطبيعي ثم نستكمل الرحلة بمشيئة الله مع خرائط المراقبة (الضبط).

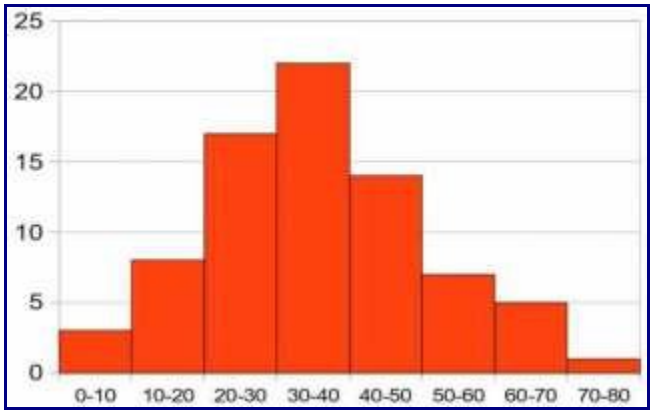
المدرج التكراري

المدرج التكراري هو أحد الرسومات البيانية التي تعطي معلومات غزيرة في شكل بسيط. فهو يمكنك من فهم البيانات وتوزيعها وبالتالي يمكننا من تحليل البيانات والوصول إلى قرارات إدارية مهمة. دعنا نستعرض مثالا يوضح الأمر.

افترض أننا سجلنا أعمار مجموعة من الناس خرجوا في رحلة جماعية وكان عددهم 40 شخصا. وبعد جمع البيانات أحببنا أن نعرف عدد الناس الذين سنهم أقل من 10 سنوات وهؤلاء الين سنهم بين 10 و 20 عاما ثم بين 20 و 30 وهكذا. نقوم بوضع البيانات في جدول كالتالي حيث يمثل العمود الأيسر الشريحة العمرية والعمود الأيمن يمثل عدد الناس فس كل شريحة:

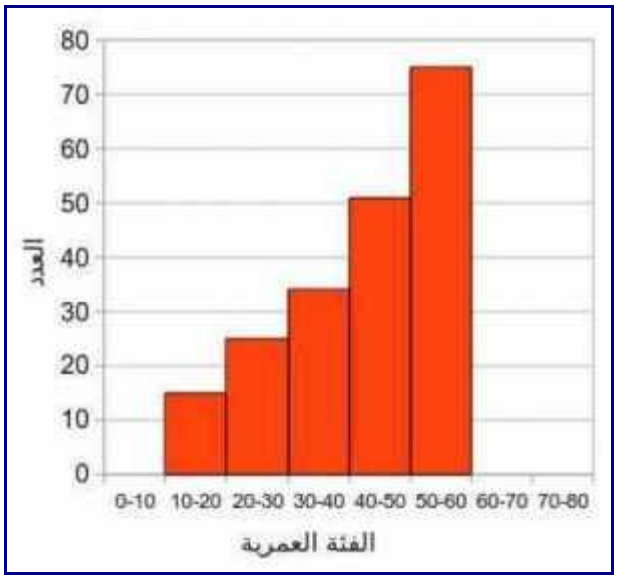
Age	Number of People
0-10	3
10-20	8
20-30	17
30-40	22
40-50	14
50-60	7
60-70	5
70-80	1

وبعد ذلك يمكننا رسم هذا الجدول في رسم هو ما يسمى بالمدرج التكراري. كل عمود من هذه الأعمدة يبين عدد الناس الذين يقعون في هذه الشريحة العمرية. بنظرة سريعة يمكنك أن تدرك أن معظم هذه المجموعة من الفئة العمرية المتوسطة أي بين العشرين والخمسين. ومن الملاحظ أن هناك قلة متساوية تقريبا من الفئات العمرية الصغيرة والكبيرة. ومن الواضح أن أكبر فئة عمرية هي بين الثلاثين والأربعين. ولاشك أن هذه معلومات مهمة نحصل عليها من الشكل بسرعة وسهولة.



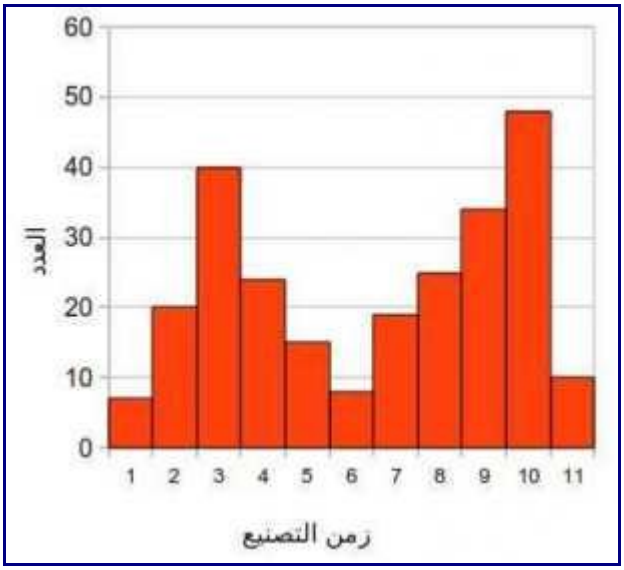
فالشكل أعلاه يشبه المدرج أو السلم ومن هنا سمي بالمدرج. وهو يبين تكرار قيمة ما بين مجموعة البيانات فهو في هذا المثال يبين تكرار كل فئة عمرية بين مشتركي الرحلة ولذلك سمي بالتكراري.

افترض أننا قمنا بنفس التحليل ولكن لعينة من 200 فرد من العاملين في مؤسسة ما. انظر إلى الشكل التالي.



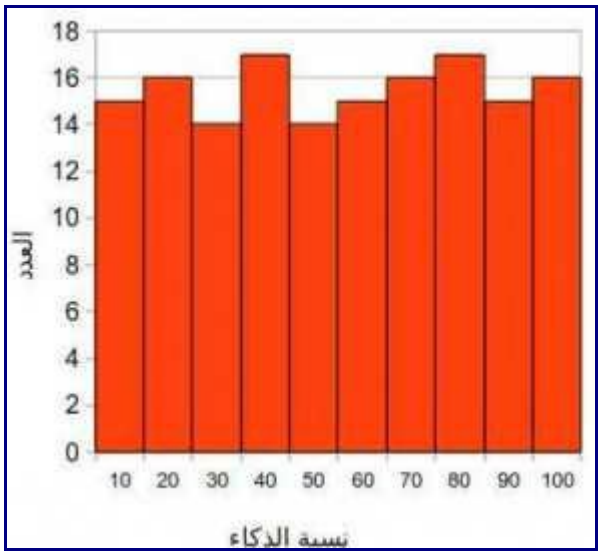
هل يمكنك التعليق على ذلك؟ بالطبع لا يوجد أطفال ولا يوجد من تعدوا الستين. هل ترى مشكلة لدى هذه المؤسسة؟ هل المستقبل يبدو مشرقا لهذه المؤسسة؟ لابد أنك لاحظت مشكلة في التوزيع العمري للعاملين فأكبر شريحة هي الشريحة بين الخمسين والستين أي الشريحة التي من المفترض أن تتقاعد في السنوات المقبلة. من الواضح ضعف التعويض من الشباب وبالتالي فهناك خطورة في ضعف أداء العاملين فجأة نتيجة لتقاعد أكثر من 30% من العاملين خلال السنوات العشر المقبلة. معلومات إدارية مفيدة استنتجناها بمجرد النظر لهذا الرسم.

انظر للمدرج التكراري التالي والذي يبين نتيجة قياس زمن تصنيع منتج ما داخل نفس الشركة:



هل تلاحظ شيئا؟ إن هناك منطقتان تتركز فيهما معظم القراءات. فيبدو كأن زمن التصنيع في الغالب حوالي 3 دقائق أو حوالي 9 أو 10 دقائق. أليس هذا غريبا؟ بلى إنه لغريب فالطبيعي أن تكون هناك قيمة متوسطة في المنتصف تقريبا فمثلا يكون الزمن الغالب هو 5 دقائق وأحيانا يقل أو يزيد عن 5. فما معنى ظهور الشكل هكذا؟ إن هذا يبين أن هناك حالتين لهذا المنتج وفي إحداهما نستغرق ما يقترب من 3 دقائق وفي الأخرى نحتاج حوالي 10 دقائق. فما هما الحالتان؟ هذا سؤال علينا كمديرين أو محللين أن نبحث عنه. ربما يكون هناك ماكينتان للإنتاج إحداهما جيدة والأخرى سيئة أو أن بعض العمال يستخدم طريقة محددة في العمل والبعض الآخر يستخدم طريقة أخرى أو أننا نستقبل نوعين من المواد الخام فإحداهما سهلة التصنيع والأخرى صعبة التصنيع. أمور مهمة جدا بدأنا نفكر فيها ونبحث عنها بمجرد النظر للمدرج التكراري.

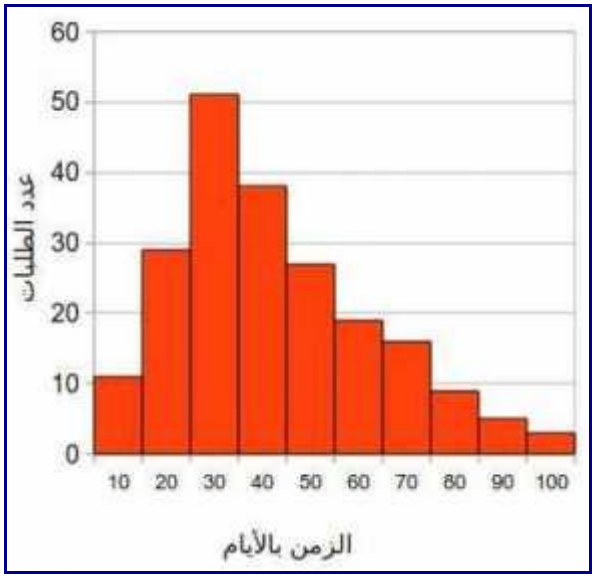
انظر للمثال التالي الذي يبين نسبة ذكاء مجموعة من الأطفال.



ما هو أوضح شيء في هذا المدرج التكراري؟ إن توزيع نسب الذكاء متساوية من صفر إلى مائة بالمائة. ربما لا يبدو مقنعا ولكن هذا ما نفهمه من هذا المثال الافتراضي. فلو صح ذلك فمعنى هذا أنه لا توجد نسبة ذكاء غالبة بل إن ذكاء هؤلاء الأطفال موزع بالتساوي طريقا بين كل نسب الذكاء. بل يمكن أن تقول إن احتمالية أن يكون ذكاء أي طفل في هذا المجتمع 90% هي كاحتمالية أن يكون ذكاؤه 10% وهي كاحتمالية أن يكون ذكاؤه 40 أو 70%. فالمدرج

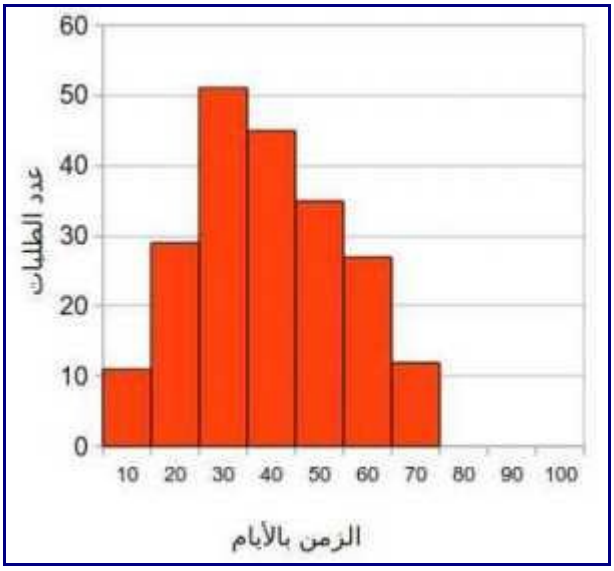
التكراري يجعلنا نتصور احتمالية حدوث قيمة محددة.

انظر إلى المدرج التكراري الآتي الذي يبين زمن تنفيذ طلبات شراء المواد الخام أي الفترة الزمنية بالأيام من وقت الطلب لوقت وصول المواد. ماذا تلاحظ؟



هل رسم هذا الشكل يفيدنا كمديرين أو كمهندسين صناعيين نحاول تطوير العمليات؟ إن أول ما تلاحظه أن الشكل ليس متماثلا وأن هناك طلبات شراء قليلة تستغرق وقتا طويلا جدا. فبينما تجد أن 10 طلبات يتم تنفيذها في أقل من 10 أيام فإن 3 طلبات يتم تنفيذها في حوالي 100 يوم. ومن الملاحظ أن أكثر الطلبات يتم تنفيذها في حوالي 20 إلى 50 يوما. من هنا يمكننا فهم زمن التقدم Lead Time لطلبات الشراء.

قارن بين الشكل السابق والشكل التالي:



أيهما أفضل من الناحية الإدارية لمؤسسة ما؟ إن الفارق بينهما ضئيل ولكنه مهم. فعلى الرغم من أن معظم الطلبات يتم تنفيذها في حوالي 20 إلى 50 أو 60 يوما في كلا الحالتين فإن الشكل الثاني أفضل لأن مدى التغير أقل. ففي الحالة الثانية لا يوجد طلبات شراء تستغرق أكثر من 70 يوما بينما في الحالة الأولى هناك طلبات شراء يتم تنفيذها في مائة

يوم. فالمدرج التكراري يساعدنا على مقارنة حالتين أو أكثر لنرى الصورة بوضوح.

هناك استخدامات متنوعة للمدرج التكراري فيمكن استخدامه لرسم عدد الأعطال أو عدد عيوب الجودة في كل أسبوع أو كل شهر ويمكن استخدامه لرسم حجم المبيعات شهريا.

كيف نرسم المدرج التكراري؟

افترض أننا جمعنا مجموعة بيانات مثل أعمار الناس أو أطوالهم أو عدد العيوب في الإنتاج كل ساعة أو درجات الطلبة أو تقييم الموظفين أو غير ذلك. ونريد أن نرسم المدرج التكراري لكي نحلل هذه البيانات. هناك طريقتان:

الطريقة الأولى:

1- حدد المدى أي الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة. فمثلا أقل درجة وأعلى درجة أو الفرق بين أقصر شخص في المجموعة وأطول شخص وهكذا حسب نوع البيانات التي نقيسها.

2- قسِّم هذا المدى إلى عدة أقسام. في المثال الأول قسمنا المدى إلى عدة أقسام تمثل كل منها شريحة قدرها عشر سنوات. عملية التقسيم تتطلب توازنا بحيث لا نقسم لأقسام صغيرة جدا فيصبح المدرج التكراري غير واضح خاصة في حالة صغر عدد الملاحظات أو صغر العينة، وألا نجعلها كثيرة جدا بحيث يكون المدرج التكراري غير واضح. فلو قسمنا الأعمار في المثال الأول إلى أقسام بحيث يمثل كل قسم عامين فقط فإننا سنجد أن هناك فراغات في المدرج التكراري نتيجة لأنه ليس هناك أحد في هذه المجموعة يقع سنه في هذه الشريحة. ولو قسمنا المدى إلى ثلاثة أقسام مثلا فسننتهي بثلاثة أعمدة لا تساعدنا حقيقة على فهم البيانات. وأتصور أن عدد الأعمدة يفضل أن يكون بين خمسة وعشرة للبيانات القليلة مثل درجات نجاح 50 طالبا، وربما يزيد إن كان لدينا بيانات كثيرة مثل درجات نجاح ألف طالب.

3- قم بحصر عدد القراءات التي تقع في كل شريحة. فمثلا قم بحصر عدد الأفراد أقل من 10 سنين ثم عدد الأفراد بين 10 و 20 سنة وهكذا.

4- ضع نتيجة الحصر في جدول كما في أعلى المقالة.

5- ارسم رسم بياني يعبر عن هذا الجدول. يمكن رسم الجدول يدويا أو باستخدام الحاسوب.

الطريقة الثانية:

الخطوتان الأوليان لا يتغيران. فنبدأ بتحديد مدى القراءات ثم تقسيمها لأقسام. بعد ذلك نستخدم برنامج إكسل أو كالك (في المكتب المفتوح). افترض أن البيانات هي لأعمار مجموعة من الناس.

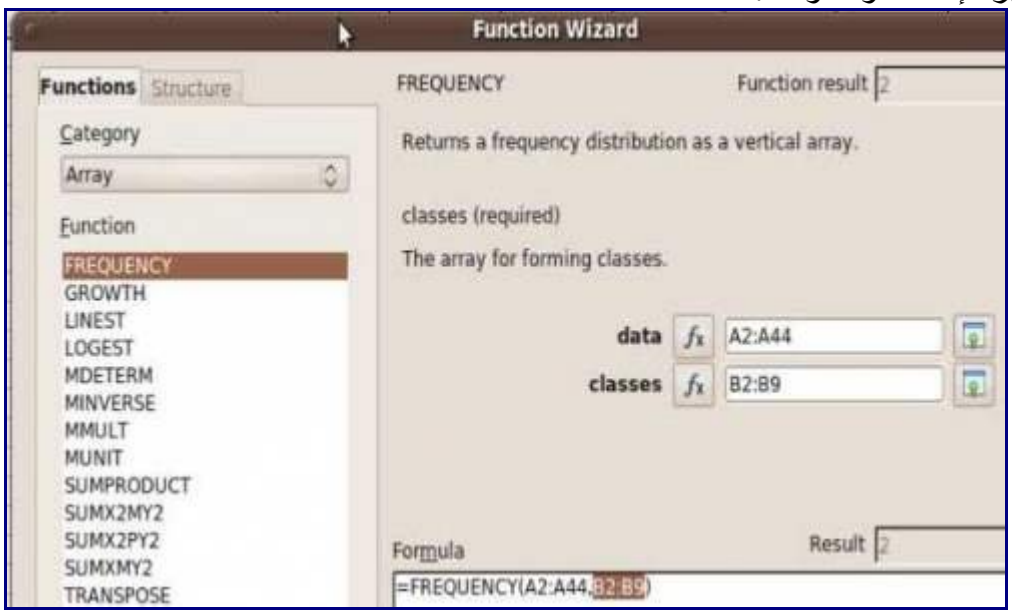
3- اكتب حد كل قسم في خلية كما بالشكل.

10
20
30
40
50
60
70
80

4- استخدم الدالة Frequency لكي يقوم الحاسوب بحصر بيانات كل شريحة بدلا من أن تفعل ذلك بنفسك. ظلل الخلايا المجاورة للخلايا التي سجلت فيها مدى كل شريحة كما بالشكل

	A	B	C
1	Age		
2	8	10	
3	9	20	
4	11	30	
5	12	40	
6	18	50	
7	19	60	
8	22	70	
9	23	80	
10	24		
11	26		
12	26		
13	28		
14	28		
15	32		
16	32		
17	32		

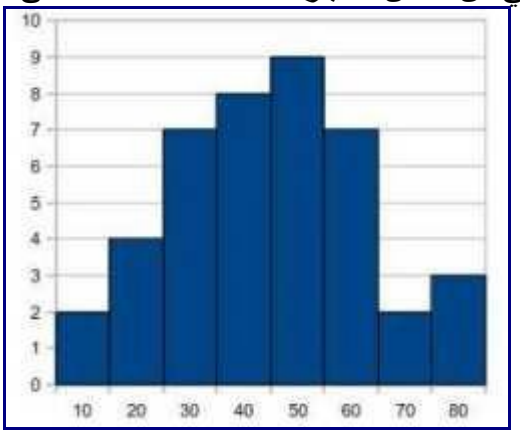
اختر دالة التكرار Frequency واملأ الخانات المطلوبة. الخانة الأولى هي الخلايا التي تحتوي على البيانات وهي في مثالي هذا A2:A44. والخانة الثانية هي الخلايا التي سجلتَ فيها الأقسام وهي فس المثال الحالي B2:B9. ثم اضغط على زر الإدخال أو الموافقة.



يظهر لك عدد الناس في كل شريحة عمرية كالتالي:

10	2
20	4
30	7
40	8
50	9
60	7
70	2
80	3

5- استخدم البرنامج لرسم هذا الجدول مع تحديد أن العمود الأول هو مجرد أسماء الأعمدة Labels ومع تصغير المسافة بين الأعمدة إلى الصفر وهي من ضمن الخيارات المتاحة فتحصل على الشكل التالي



هذه الطريقة تعمل في إكسل واكلك. وتوجد طريقة أخرى في إكسل لا تختلف كثيرا وهي اختيار Tools ثم Data Analysis ثم Histogram.

من مراجع المقالة:

Lean Six Sigma Pocket ToolBook, George at al., McGraw Hill, 2005

Operations Management, Russel & Taylor, 3rd Edition, Prentice Hall, 2000

التوزيع الطبيعي وأهميته...Normal Distribution

فبراير 11, 2010

منحنى التوزيع الطبيعي Normal Distribution Curve هو من الأدوات كثيرة الاستخدام في التحاليل الإحصائية التي يحتاجها المدير والمهندس الصناعي. فدائما ما تسمع عن المنحنى الذي يشبه الناقوس وهو منحنى التوزيع الطبيعي. ومن أشهر تطبيقاته الإدارية تقييم المرؤوسين طبقا لهذا المنحنى أي بحيث يحقق التقييم نفس شكل التوزيع الطبيعي لضمان قدر من العدالة. ولمنحنى التوزيع الطبيعي استخدامه في دراسة البواقي في تحليل الانحدار وله علاقة وطيدة بخرائط الضبط Control Charts. لذلك فضلت أن نُمعِن النظر في منحنى التوزيع الطبيعي قبل أن نستفيض في خرائط الضبط (المراقبة). وإنني أحاول في هذه المقالة توضيح مفهوم منحنى التوزيع الطبيعي دون الدخول في تعقيدات حسابية.

ما معنى التوزيع الاحتمالي Probability Distribution؟

يمكن فهم التوزيع (التوزيع الاحتمالي) كشكل مشابه للمدرج التكراري Histogram ولكن المدرج التكراري يصف توزيع البيانات الحقيقية بينما التوزيعات الرياضية (النظرية) مثل التوزيع الطبيعي وغيره هي توزيعات نظرية لها معادلات محددة وجداول تبين الاحتمالات المختلفة ولذلك تسمى توزيعات احتمالية. فعندما نرسم المدرج التكراري لمتغير ما فإننا نحاول أن نتعرف على التوزيع الاحتمالي الذي يُشبهه لكي نستخدم هذا التوزيع الاحتمالي في التحاليل الإحصائية.

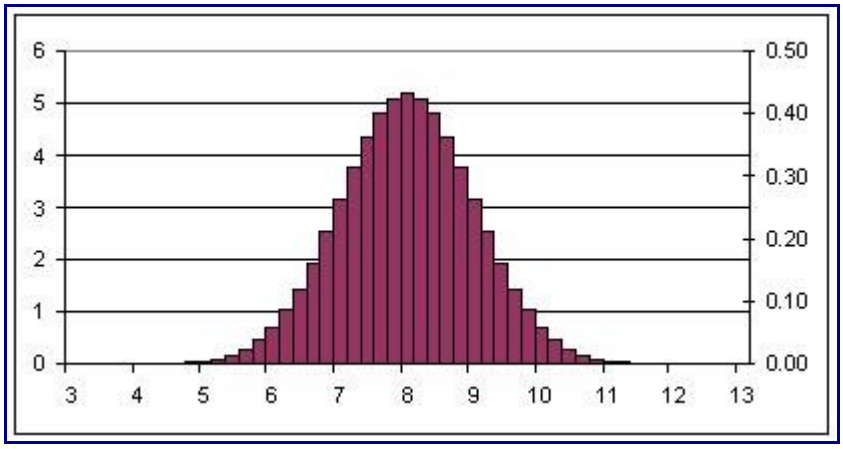
التوزيع يبين احتمالية أن يأخذ المتغير الذي ندرسه قيمة معينة أو أن يأخذ أقل أو أكثر من قيمة ما. فالتوزيع المنتظم Uniform يبين أن احتمالية أن يأخذ المتغير قيمة ما في مدى محدد متساوية بينما تجد الاحتماليات مختلفة في التوزيع الطبيعي. ففي التوزيع الطبيعي تكون الاحتمالية أعلى إذا كانت القيمة قريبة من المتوسط وتكون قليلة كلما ابتعدنا عن المتوسط. وهذه الاحتمالية يمكن تحديدها باستخدام الحاسوب أو الجداول.

افترض أنك تريد حساب محيط ومساحة منزلك. في البداية تقيس أبعاد الغرف ثم تقوم برسمها. بعد ذلك تبدأ في البحث عن أشكال هندسية تشابه أشكال الغرف مثل الشكل المستطيل أو المثلث أو شبه المنحرف أو المربع. وبعد تحديد الشكل الهندسي المشابه للغرفة تبدأ في حساب المحيط والمساحة باستخدام قوانين الهندسة الخاصة بكل شكل. هذا هو نفس الأمر بالنسبة لتغير متغير ما. إنك تقيس قيم هذا المتغير في فترة ما ثم تقوم برسمها كمدرج تكراري. بعد ذلك تبحث عن توزيع احتمالي يشبه هذا المدرج التكراري. وبعد تحديد التوزيع الاحتمالي المناسب تبدأ في استخدام جداوله أو استخدام الحاسوب للقيام ببعض التحاليل الخاصة بهذا المتغير.

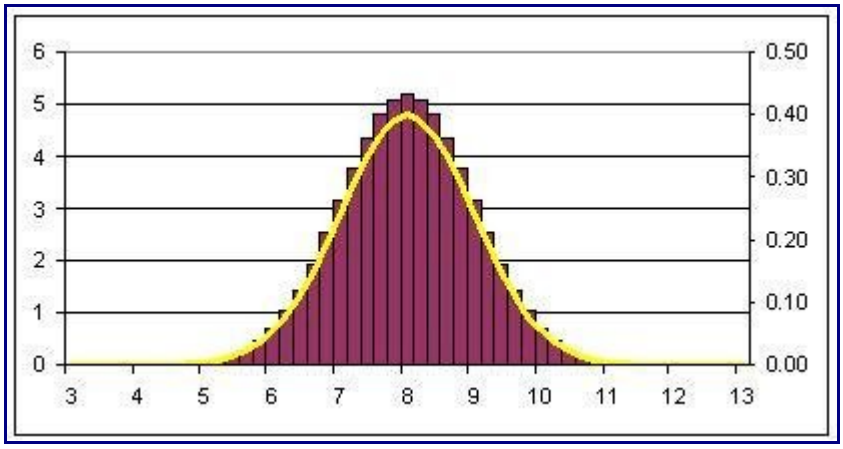
الكثير من التحاليل الإحصائية تعتمد على توزيع البيانات بنفس التوزيع الطبيعي ولذلك فإننا نرسم المدرج التكراري ونحاول مقارنته بمنحنى التوزيع الطبيعي. وهناك تطبيقات تفترض توزيع أسي Exponential Distrintuion مثل نظرية خطوط الانتظار (الطوابير) أي أنها مبنية على افتراض أن زمن الخدمة يأخذ شكل التوزيع الأسي.

والتوزيعات الاحتمالية لها أهمية في عمليات المحاكاة Simulation حيث نقوم بتحديد أقرب توزيع احتمالي للمدرج التكراري أي للتغيرات الحقيقية. وبناء عليه فإننا نستخدم هذا التوزيع في نموذج المحاكاة حيث يتم محاكاة التغير بنفس التوزيع ونفس القيم الحقيقية.

افترض أننا قمنا برسم المدرج التكراري لمجموعة بيانات وحصلنا على الشكل التالي.



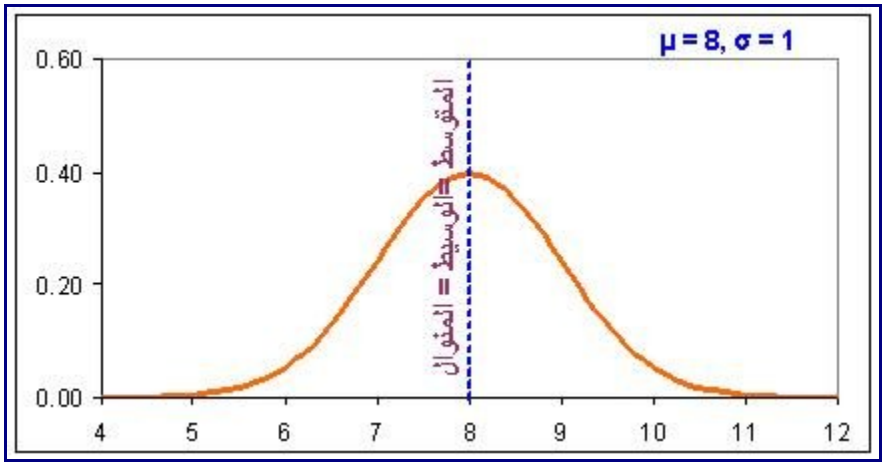
يمكننا البحث عن توزيع رياضي يشبه هذا المدرج التكراري والذي نرسمه بالخط الأصفر في الرسم التالي. في هذه الحالة فإن التوزيع المناسب هو التوزيع الطبيعي.



التوزيع الطبيعي؟

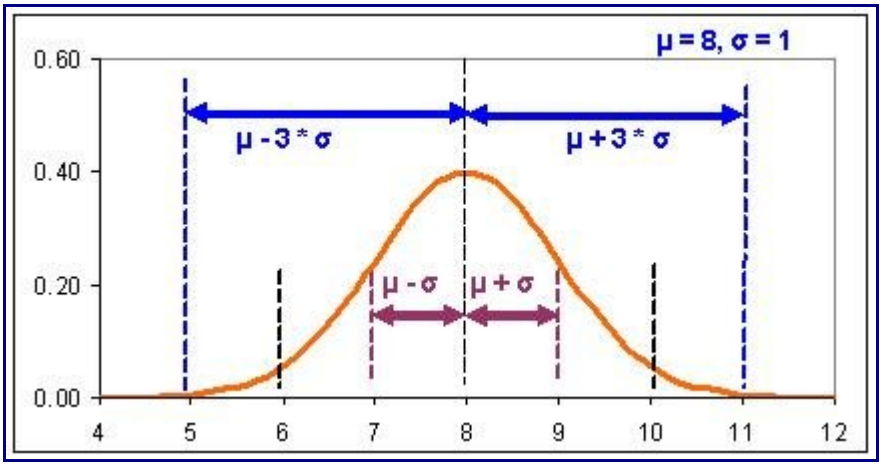
التوزيع الطبيعي Normal Distribtion هو أشهر التوزيعات الاحتمالية وذلك لسببين. السبب الأول هو أن الكثير من الظواهر تتبع منحنى التوزيع الطبيعي. السبب الآخر هو أن هناك نظرية تقول أن متوسط قيم عينات متعددة يأخذ شكل التوزيع الطبيعي ولو لم يكن توزيع المتغير نفسه يتبع التوزيع الطبيعي. لذلك فإن التوزيع الطبيعي هو شيء محوري في علم الإحصاء.

منحنى التوزيع الطبيعي يشبه الجرس (الناقوس) ويتميز بوجود تماثل بين جانبيه الأيمن والأيسر حول المتوسط. ومن سمات منحنى التوزيع الطبيعي أن المتوسط يساوي الوسيط ويساوي المنوال. يتم تعريف منحنى التوزيع الطبيعي بقيمتين: المتوسط والانحراف المعياري. ويرمز عادة للمتوسط بـ μ وللانحراف المعياري بـ σ. الرسم التالي يبين شكل منحنى التوزيع الطبيعي وفي هذا المثال المتوسط $\mu = 8$. لاحظ أن تماثل المنحنى يعني أن 50% من القيم هي أقل من المتوسط و 50% من القيم هي أكبر من المتوسط وهذا يعني أن الوسيط يساوي المتوسط.



*** إذا لم تكن مصطلحات المتوسط والوسيط والمنوال والانحراف المعياري مألوفة للقارئ الكريم برجاء الرجوع للمقالتين التاليتين: التعامل مع البيانات، تلخيص البيانات. وكتذكرة سريعة فإن المتوسط هو مجموع القيم كلها مقسوما على عددها. والوسيط هو القيمة التي تكون 50% منا لقيم أكبر منها. والمنوال هو القيمة الأكثر تكررا. والانحراف المعياري هو مقياس لبعد جميع القيم عن المتوسط أي مقياس لتشتت القيم.

ولمنحنى التوزيع الطبيعي سمات رئيسية منها أن 68% من الاحتمالات تقع في حدود المتوسط ± الانحراف المعياري. و 99.7% من الاحتمالات تقع في حدود المتوسط ±3 * الانحراف المعياري. فلو عرفنا المتوسط والانحراف المعياري يمكننا حساب هذه الاحتمالات. لاحظ أن احتمال وقوع المتغير بين قيمتين تُمَثّل بالمساحة تحت المنحنى بين هاتين القيمتين. ولذلك يمكننا بمجرد النظر أن نقول إن وقوع قيمة المتغير في الرسم أدناه بين 8 و 9 هي أعلى بكثير من وقوعه بين 10 و 11 لأن المساحة تحت المنحنى بين 8 و 9 اكبر بكثير منها بين 10 و 11.



ففي الشكل أعلاه يمكننا أن نقول أن قيمة هذا المتغير في 99.7% من الحالات تقع بين 5 و 11. وأن قيمة هذا المتغير تتراوح بين 7 و 9 في 68% من الحالات.

فعلى سبيل المثال لو وجدنا أن زمن التصنيع يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 30 دقيقة وانحراف معياري 2 دقيقة فإنه يمكننا أن نقول أن 99.7% من الإنتاج يستغرق

30 ± 3 * 2= من 24 إلى 36 دقيقة

ولو وجدنا أن طول القطعة التي ننتجها يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 10 مم وانحراف معياري 0.01 مم فإنه يمكننا مقارنة ذلك بالمواصفات المطلوبة. فمثلا يمكننا أن نقول أن 99.7% من الإنتاج سيحقق طول =

10 ± 3* 0.01 = من 9.97 إلى 10.03 مم

فلو كانت المواصفات تسمح بأن يكون هذا البعد بين 9.96 و 10.04 مم فإننا نستنتج أننا في الجانب الآمن فيما يزيد عن 99.7% من الحالات. أما لو كانت المواصفات تشترط أن يكون هذا البعد بين 9.99 و 10.01 مم فإن المخاطرة ستكون كبيرة. فنحن نعلم أنه في 68% من الحالات يكون هذا الطول مساويا

10 ± 1* 0.01 = 9.99 إلى 10.01 مم

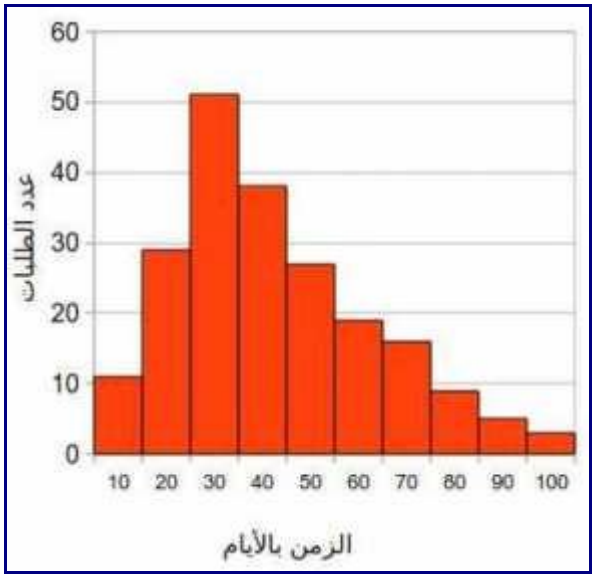
وبالتالي فإننا في هذه الحالة نتوقع أن نحقق المواصفات في 68% من الكمية المنتجة أي أن 32% من المحتمل أن يتجاوز المواصفات المطلوبة. ومن هنا نفكر في عدم القيام بهذه العملية أو استخدام طريقة إنتاج أخرى.

ولا يتوقف الأمر عند هذا الحد بل يمكننا تحديد احتمالية تجاوز أي قيمة وذلك من خلال الجداول أو باستخدام الحاسوب.

والتوزيع الطبيعي هو جزء أساسي من فكرة خرائط المراقبة. فالحدود القصوى والدنيا توضع عند $\mu \pm 3\ \sigma$. لماذا؟ لأنه في حالة التوزيع الطبيعي فإن احتمالية وقوع القيم في هذا المدى هي 99.7% كما ذكرنا منذ قليل. أي أن القيمة لو كانت خارج هذا المدى فهي لا تنتمي لنفس التوزيع أي أن شيئا غير طبيعي قد حدث.

المساحة تحت المنحنى...لماذا؟

كما علمت فإن احتمالية وقوع المتغير بين قيمتين تقاس بالمساحة تحت المنحنى بين هاتين القيمتين. ولكن من أين لنا هذا المفهوم؟ دعنا نرجع إلى المدرج التكراري Histogram. انظر إلى المدرج التكراري أدناه والذي يبين زمن عملية ما بالأيام.

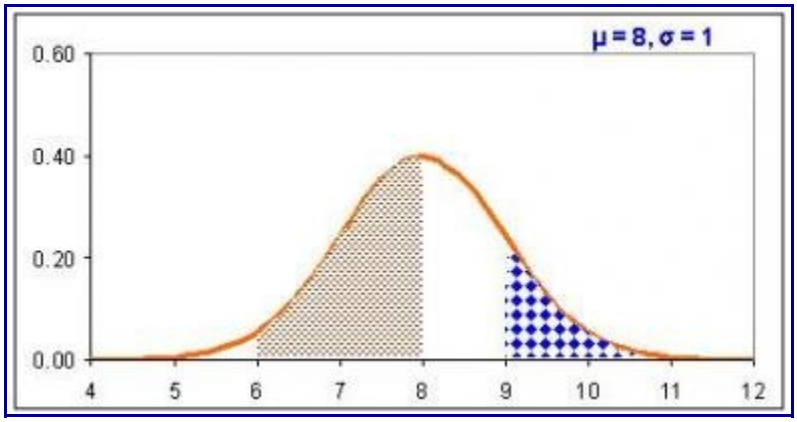


من الواضح أن الزمن متغير ولكن إن سألتك ما هي احتمالية أن يكون زمن العملية بين 20 و 40 يوما؟ كيف ستفكر في الأمر؟ إنك ستنظر إلى الأعمدة التي تبين وقوع المتغير في هذا المدى. من لواضح أنهما أطول عمودين وبالتالي لإغن احتماليتهما كبيرة.

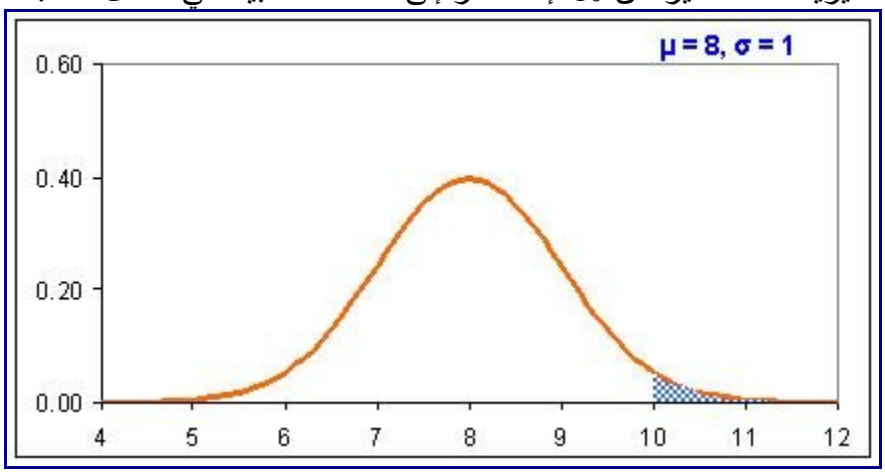
ماذا لو سألتك عن المقارنة بين احتمالية أن يكون الزمن من 90 إلى 100 يوم وبين أن يكون من 30 إلى 50 يوما؟ إنك ستجيب بمنتهي الثقة بأن احتمالية أن يكون الزمن من 90 إلى 100 يوم أقل بكثير من احتمالية أن يكون من 30 إلى 50 يوما. لماذا؟ لأنك وجدت أن العمود الذي يمثل وقوع المتغير من 90 إلى مائة قصير جدا بالنسبة للعمودين اللذين يمثلان وقوع المتغير من 30 إلى 50 يوما. فالواقع أنك تجمع طول الأعمدة وتقارنها لتحدد الاحتماليات. وطول

الأعمدة يتناسب تماما مع المساحة التي تمثلها هذه الأعمدة لأن المساحة هي حاصل ضرب هذه الأطوال في عرض كل عمود والذي هو ثابت يساوي عشرة في مثالنا هذا.

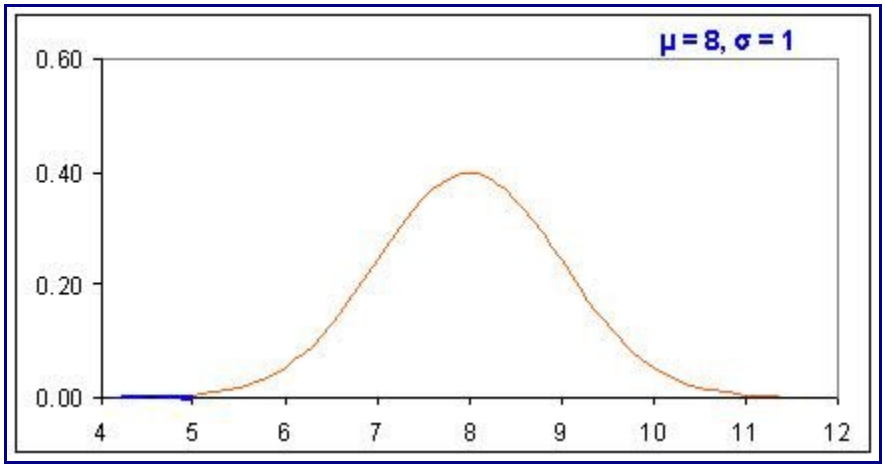
ولذلك فإننا عندما نستخدم توزيع احتمالي مثل التوزيع الطبيعي أو المنتظم أو الأسي أوغيرهم فإننا نحدد الاحتماليات بالنظر للمساحة تحت المنحنى. فلو نظرنا للشكل أدناه لعلمنا أن وقوع هذا المتغير بين 6 و 8 (المساحة البنية اللون) هي أكبر بكثير من وقوعه بين 9 و 11 (المساحة الزرقاء اللون). فهي نفس فكرة النظر للأعمدة في المدرج التكراري.



ويمكننا بنفس الطريقة تقدير احتمالية أن يتجاوز المتغير قيمة ما أو يقل عنها. فمثلا لو أحببنا أن نعرف احتمالية أن يزيد هذا المتغير عن 10 فإننا ننظر إلى المساحة المبينة في الشكل أدناه.



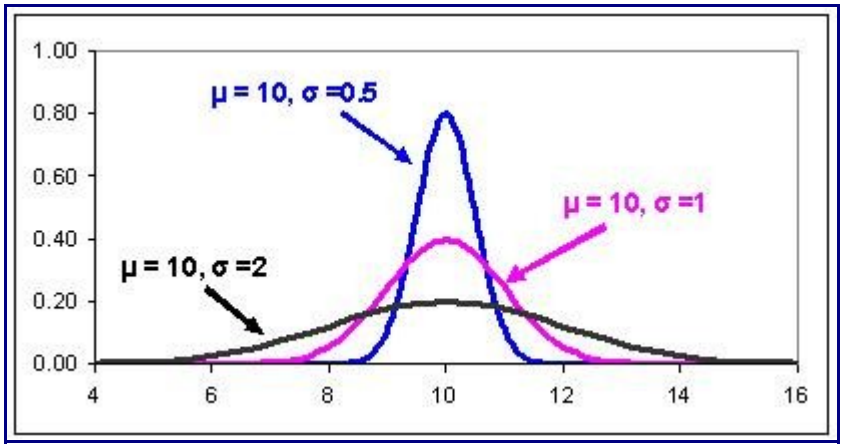
ولو أحببنا أن نعرف احتمالية أن يقل هذا المتغير عن 5 فإننا ننظر إلى المساحة تحت المنحنى من قيمة 5 فما أقل وهي مساحة صغيرة جدا تقترب من الصفر (المساحة الزرقاء في الشكل أدناه).



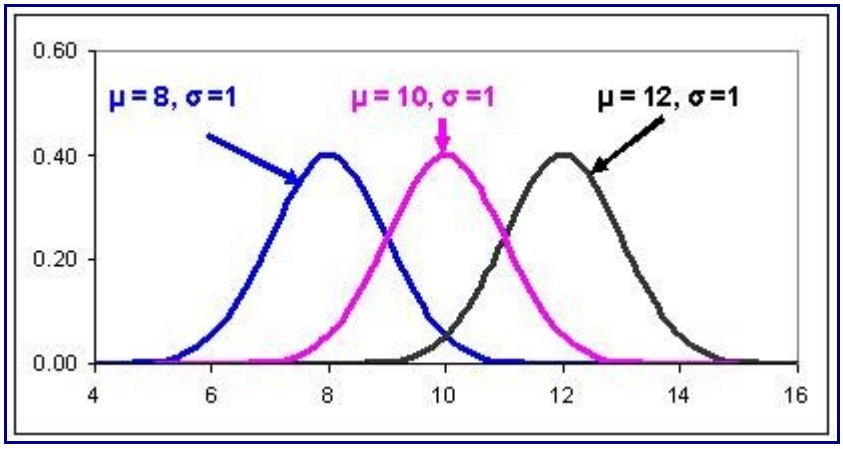
ومن هنا نعرف لماذا كانت معضظم القيم (99.7%) في حدود $\mu \pm 3*\sigma$ أي في هذا المثال من 5 إلى 11 لأن المساحة تحت المنحنى من 5 إلى 11 تكاد تكون هي المساحة كلها وتبقى مساحة ضئيلة جاعلى الجانبين. وعملية حساب احتماليات وقوع المتغير بين قيمتين أو أكبر من قيمة ما أو أقل من قيمة ما يتم تقديره على وجه الدقة باستخدام الجداول التي تعطي المساحة تحت المنحنى في كل جزء منه أو باستخدام الحاسوب.

تأثير تغير قيمة المتوسط أو الانحراف المعياري

الشكل التالي يبين تأثير تغير الانحراف المعياري مع ثبات المتوسط. إن ما يحدث هو أن المنحنى يقل انبعاجا كلما زادت قيمة الانحراف المعياري. وهذا مرتبط بأن الانحراف المعياري هو مقياس لتشتت المنحنى وبالتالي فكلما زاد الانحراف المعياري فإن هذا يعني أن المنحنى ينتشر على مدى أوسع. فعندما كان الانحراف المعياري يساوي 0.5 كان التوزيع قريب جدا من المتوسط بينما ازداد اتساعا عندما زادت قيمة الانحراف المعياري إلى 1 ثم ازداد اتساعا عندما وصلت قيمة الانحراف المعياري إلى 2.



أما تغير المتوسط فيظهر في الرسم التالي. فالانحراف المعياري لكل منحنى من هذه المنحنيات متساوٍ بينما المتوسط مختلف. لاحظ أن المنحنيات الثلاثة متشابهة تماما ولكن كل منها يتوزع حول متوسط مختلف.



بهذا نكون قد تعرفنا على منحنى التوزيع الطبيعي وفي المقالة التالية إن شاء الله نتعرف أكثر على هذا المنحنى وبعض التوزيعات الأخرى.

من مراجع المقالة:

Applied Statistical Methods, W. Carlson and B. Thorne, Prentice Hall, 1997

Statistics for Managers, Levine et al., Prentice Hall, 1999

Lean Six Sigma Pocket ToolBook, George at al., McGraw Hill, 2005

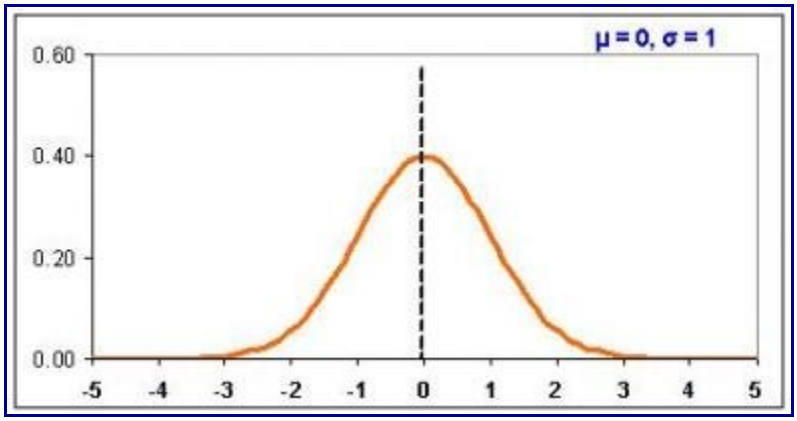
منحنى التوزيع الطبيعي القياسي ... Standard Normal Distribution

فبراير 16, 2010

تعرفنا في المقالة السابقة على منحنى التوزيع الطبيعي وخصائصه. في هذه المقالة نلقي المزيد من الضوء على التوزيع الطبيعي وذلك باستعراض التوزيع الطبيعي القياسي.

التوزيع الطبيعي القياسي (المعياري) ؟

كما تعلم فإن منحنى التوزيع الطبيعي يُعرَّف بالمتوسط **μ** والانحراف المعياري **σ**. وقد يأخذ المتوسط أي قيمة ويأخذ الانحراف المعياري أي قيمة موجبة. أما منحنى التوزيع الطبيعي القياسي Standard Normal Distribution فهو توزيع طبيعي له متوسط يساوي الصفر وانحراف معياري يساوي واحد.



ويستخدم منحنى التوزيع الطبيعي القياسي لتحديد احتمالية أن يأخذ متغيرا يتبع التوزيع الطبيعي قيما في مدى محدد. افترض أننا ندرس متغير ما مثل أخطاء الإنتاج اليومية أو أطوال مجموعة من الناس أو زمن عملية ما ووجدنا أنه يتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط يساوي 35 وانحراف معياري يساوي 2 ونريد أن نقدر احتمالية أن تكون قيمة هذا المتغير أكبر من 40. إننا بحاجة لجداول تبين المساحة تحت هذا المنحنى لأن هذه المساحة ـكما بينا في المقالة السابقةـ تعبر عن الاحتمالات. وبالتالي فإننا سنحتاج جدول لكل منحنى توزيع طبيعي وهذا أمر معقد جدا. لذلك فإننا نستخدم معادلة بسيطة لتحويل قيمة المتغير لمنحنى التوزيع القياسي وبالتالي يمكننا استخدام جدول واحد فقط وهو منحنى التوزيع الطبيعي القياسي.

وعملية التحويل من أي توزيع طبيعي للتوزيع الطبيعي القياسي تتم باستخدام معادلة بسيطة حيث نرمز للمتغير الأصلي بـ X ولمقابله في المنحنى القياسي (المعياري) بـ Z. ويتم التحويل باستخدام المعادلة التالية:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

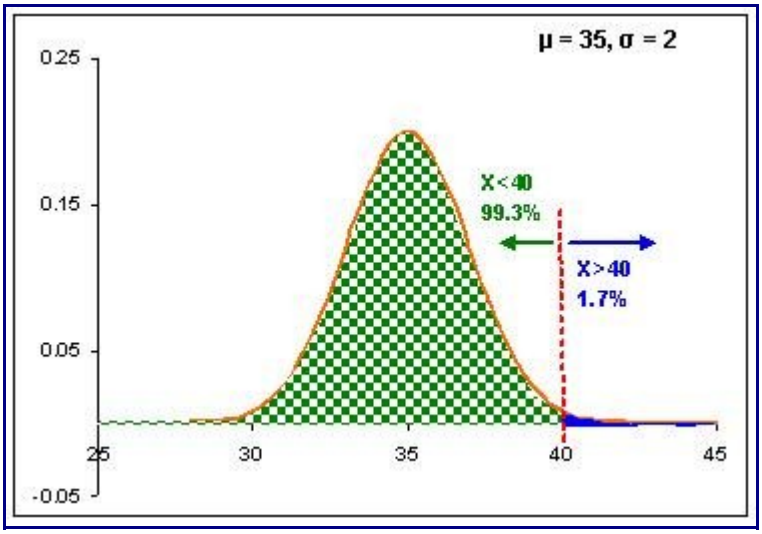
حيث μ هو المتوسط و σ هو الانحراف المعياري. ففي المثال السابق تكون قيمة Z المناظرة لـ X=40 هي

(40 – 35) \ 2 = 2.5

وبالتالي فإننا نبحث في جدول التوزيع الطبيعي القياسي عن قيمة 2.5 والتي نجدها تناظر 0.993 أي أن المساحة على اليسار تساوي هذه القيمة والتي تناظر أن تكون X أقل من 40. ولكننا نبحث عن احتمالية X أكبر من 40. وبالتالي فإننا نبحث عن المساحة على يمين المنحنى وهي 1- 0.993 = 0.017. أي أن احتمالية أن تتجاوز X الأربعين هي

.%1.7

لاحظ أن المساحة الكلية تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي 1 في كل الأحوال ولذلك فإننا طرحنا القيمة التي حصلنا عليها من 1 لكي نحصل على المساحة على يمين المنحنى.



ويمكن الوصول لنفس النتيجة باستخدام برنامج إكسل Excel أو برنامج كالك Calc باستخدام الدالة NORMSDIST فنكتب في أي خلية

NORMSDIST(2.5) =0.993

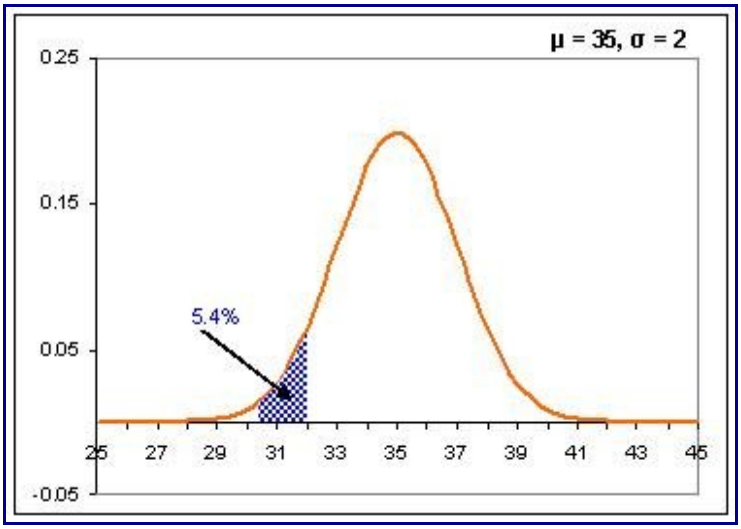
ولكن علينا الانتباه إلى أن هذه هي المساحة على يسار الـ 2.5 فهي تعني احتمالية أن تكون X أقل من 40.

هل يمكن تحديد احتمالية أن تكون X بين 30.5 و 32؟ نعم، علينا أن نحسب المساحة تحت المنحنى على يسار كل قيمة ثم نطرحهما لنحصل على المساحة بين هاتين القيمتين وهي كما تعلم تساوي احتمالية وقوع X بين هاتين القيمتين.

Z1= (30.5 – 35) \2 = -2.25

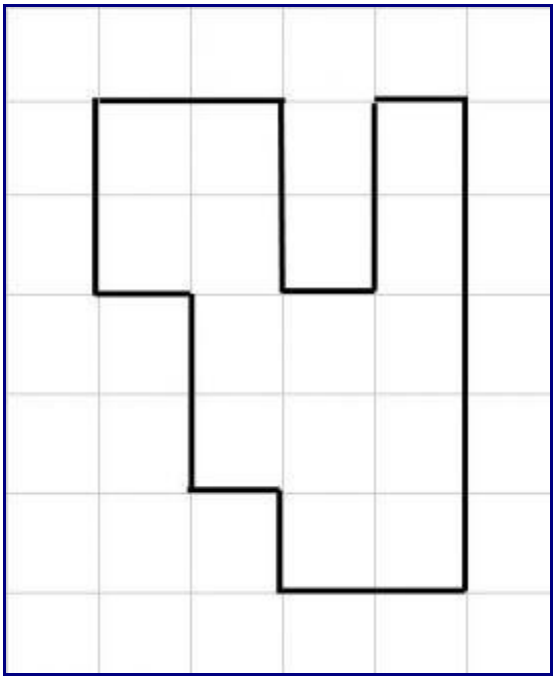
Z2= (32 – 35) \2 = – 1.5

وباستخدام الجداول أو الحاسوب نجدا أن المساحتين هما 0.122 و 0.066 والفارق بينهما يساوي 0.054 أي أن احتمالية وقوع X بين 30.5 و 32 هي 5.4 %.



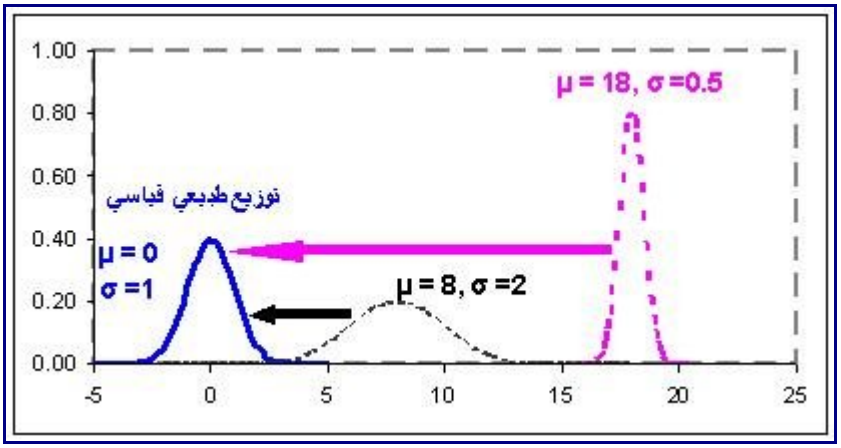
مفهوم التحويل لمنحنى التوزيع الطبيعي القياسي:

قد تبدو فكرة استخدام منحنى التوزيع الطبيعي القياسي لحساب الاحتمالات لمنحنيات طبيعية غير قياسية فكرة غريبة وغير واضحة ولكنها في الحقيقة شبيهة بأمور كثيرة مرت عليك من قبل. عملية التحويل لمنحنى التوزيع الطبيعي القياسي شبيهة بقياس مساحة ما بالبوصة المربعة ثم استخدام معامل التحويل لتحويلها إلى المتر المربع. وهي شبيهة كذلك برسم البلاد الكبيرة جدا على خريطة صغيرة باستخدام مقياس الرسم ثم قياس المسافات من على الخريطة وتحويلها لقيمتها الأصلية باستخدام مقياس الرسم. ويمكن تشبيه الأمر كذلك بقياس مساحة الشكل أدناه باستخدام مساحة المستطيلات الصغيرة التي تبلغ مساحتها 1 سنتيمتر مربع فنجد أن المساحة تساوي 14 سنتيمتر مربع.

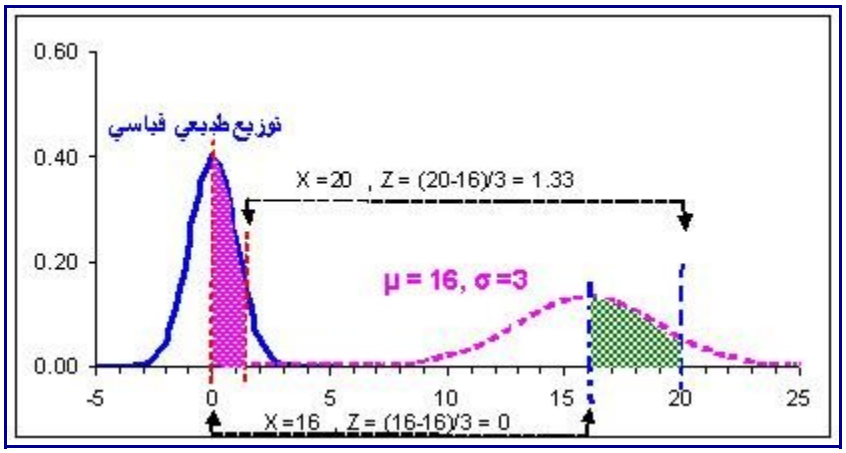


فمنحنى التوزيع القياسي هو وسيلة لحساب الاحتمالات (المساحة تحت المنحنى) لأي منحنى توزيع طبيعي. فيمكننا تحويل القيمة (X) لأي متغير يتبع توزيعا طبيعيا غير قياسي إلى نظيرتها (Z) في منحنى التوزيع الطبيعي القياسي وبالتالي نتمكن من تقدير المساحة تحت المنحنى. فالتحويل من X إلى Z والعكس شبيه باستخدام مقياس الرسم في

الخرائط. وحساب المساحة تحت المنحنى الأول باستخدام المساحة تحت المنحنى القياسي تشبه قياس مساحة الشكل باستخدام المربعات الصغيرة معلومة المساحة.



والشكل أدناه يبين مثالا لعملية التحويل. فلدينا توزيع طبيعي بمتوسط = 15 وانحراف معياري يساوي 3. ونريد أن نُقدِّر احتمالية أن يقع هذا المتغير بين 16 و 20. نستخدم التحويل فنُحوِّل القيميتين 16 و 20 لنظيرتيهما في التوزيع القياسي وهما 0 و 1.33. ما معنى هذا التحويل؟ معنى هذا التحويل أن المساحة التي نريد حسابها أصلا والملونة باللون الأخضر والواقعة أسفل المنحنى الأصلي بين القيمتين 16 و 20 تساوي المساحة تحت المنحنى القياسي بين القيمتين 0 و 1.33 والملونة باللون الأحمر على الرغم من اختلاف الشكل. وبالتالي فالتحويل يمكننا من تقدير المساحة الملونة باللون الأحمر باستخدام جداول التوزيع الطبيعي القياسي أو باستخدام الحاسوب. وبذلك نكون قد وصلنا للمساحة الأصلية (الخضراء) والتي هي مُعبِّرَة عن احتمالية أن تكون قيمة المتغير تحت الدراسة بين 16 و 20. وفي هذا المثال نجد هذه المساحة تساوي 0.40 أي أن المساحة بين 0 و 1.33 في المنحنى القياسي تساوي 0.40 وهي مساوية للمساحة تحت المنحنى الأصلي بين 16 و 20 وهذا يعني أن احتمالية وقوع المتغير بين 16 و 20 هي 40%.



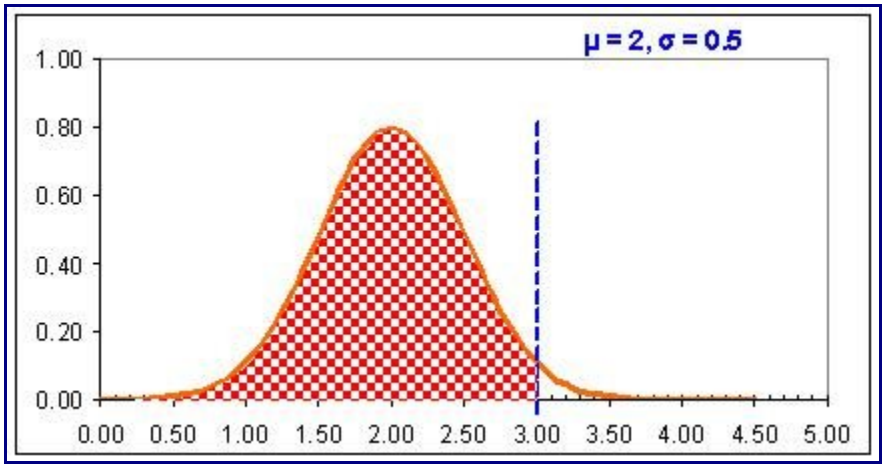
أمثلة:

المثال الأول: افترض أن زمن إعداد مشروب ما في مطعم يتغير من مرة لأخرى بمتوسط يساوي دقيقتان وانحراف معياري يساوي 0.5 دقيقة. ما هي احتمالية أن يكون زمن إعداد المشروب أقل من 3 دقائق؟

أولا نحسب قيمة Z المكافئة لـ X

$$Z= (3-2) / 0.5 = 2$$

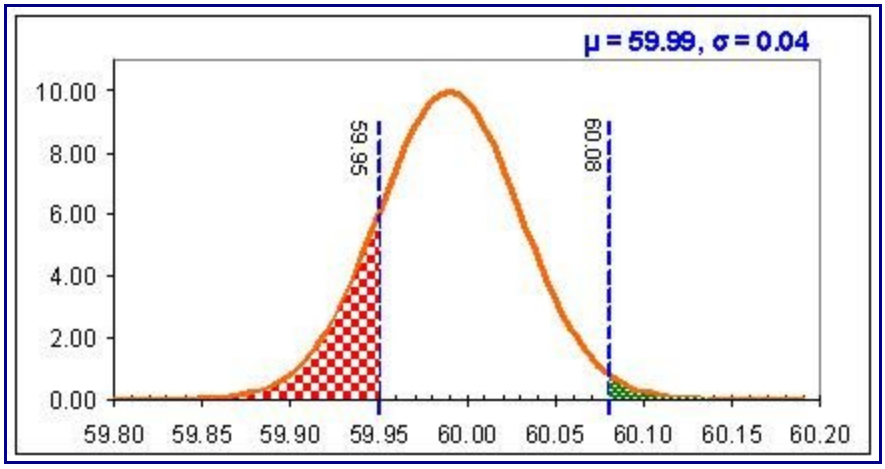
باستخدام الجداول أو الحاسوب نجد أن المساحة تحت المنحنى على يسار القيمة 3 (الحمراء) تساوي 97.7% أي أن احتمالية أن يكون زمن إعداد المشروب أقل من 3 دقائق هو 97.7%.



ويمكننا أن نستنتج أن احتمالية أن يكون زمن إعداد المشروب أكبر من 3 دقائق هي 1 – 97.7% = 2.3%.

المثال الثاني: افترض أن طول قطعة يتم إنتاجها هو 60 سم ويطلب العميل أن يكون الطول في حدود 59.95سم و 60.08 سم. وبمتابعة العملية الإنتاجية وجدنا أننا ننتج القطعة بمتوسط 59.99 سم وبانحراف معياري 0.04 سم. ما هي احتمالية تجاوز التفاوت الذي يسمح به العميل؟

الشكل أدناه يبين منحنى التوزيع الطبيعي الذي يمثل تغير طول هذه القطعة في الإنتاج. والمطلوب هو حساب المساحة على يمين 60.08 (الخضراء) والمساحة على يسار 59.95 (الحمراء).



نحسب قيمة Z المكافئة لـ 59.95 فنجدها

$$Z = (59.95 - 59.99) / 0.04 = -1$$

باستخدام الجداول او الحاسوب نجد أن المساحة على يسار هذه القيمة تساوي 15.87 % . هل هذه هي القيمة التي نبحث عنها أم ينبغي أن نطرحها من 1 كما فعلنا في المثال السابق؟ نحن نبحث عن احتمالية أن يقل الطول عن هذه القيمة فنحن فعلا نريد المساحة على يسار هذه القيمة.

ثم نحسب قيمة Z المكافئة لـ 60.08 فنجدها

$$Z= (60.08- 59.99) / 0.04 = 2.25$$

باستخدام الجداول أو الحاسوب نجد أن المساحة على يسار هذه القيمة تساوي 98.78 % . هذه القيمة تبين احتمالية أن يقل الطول عن 60.08 سم ولكننا نسأل ما هي احتمالية أن يزيد الطول عن ذلك. فعلينا أن نطرح هذه القيمة من 1 (المساحة الكلية تحت المنحنى) فنحصل على 1.2%.

وبالتالي فإن احتمالية تجاوز الحد الأدنى للطول هي 15.87% واحتمالية تجاوز الحد الأقصى هي 1.2%. ويمكن أن نجمعهما ونقول أن احتمالية تجاوز التفاوت المحدد للطول هي 17.07%.

هل هذا ترف أكاديمي؟ بالطبع لا، فالأمثلة التي استعرضناها تعطي أرقاما مهمة تساعد المدير على اتخاذ القرارات. ففي المثال الأخير يبدو أن احتمال الخطأ يعتبر كبيرا وبالتالي فهذه المؤسسة إما أن ترفض الالتزام بهذا العمل أو أن تطور أسلوب الإنتاج تطويرا كبيرا يقلل من نسبة الخطأ. وفي المثال الأول قد تجد إدارة المطعم أن الحفاظ على زمن إعداد المشروب أقل من 3 دقائق في 97.7% من الحالات هو أمر مقبول وقد تستهدف ما هو أفضل من ذلك للوصول إلى نسبة 99%.

في المقالة التالية إن شاء الله نستعرض المزيد من الأمثلة ونناقش كيفية قراءة جداول منحنى التوزيع الطبيعي القياسي.

من مراجع المقالة:

Applied Statistical Methods, W. Carlson and B. Thorne, Prentice Hall, 1997

Statistics for Managers, Levine et al., Prentice Hall, 1999

Lean Six Sigma Pocket ToolBook, George at al., McGraw ill, 2005

مقالات ذات صلة:

منحنى التوزيع الطبيعي

تلخيص البيانات

تلخيص البيانات باستخدام برنامج إكسل

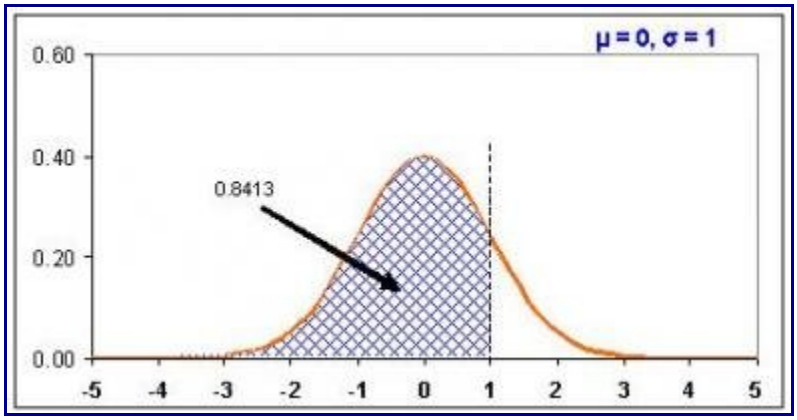
منحنى التوزيع الطبيعي القياسي – 2

فبراير 25, 2010

ناقشنا في المقالة السابقة منحنى التوزيع الطبيعي القياسي وهو منحنى لـه متوسط يساوي صفر وانحراف معياري يساوي 1. ويستخدم هذا المنحنى كوسيلة لتحديد المساحة تحت أي منحنى توزيع طبيعي والتي تمثل احتمالية أن يأخذ المتغير قيما في مدى محدد. نستكمل في هذه المقالة استعراض منحنى التوزيع الطبيعي القياسي فنناقش أنواع جداول منحنى التوزيع الطبيعي القياسي والتي تُعطي المساحة تحت المنحنى لقيم مختلفة لـ Z ثم نستعرض بعض الأمثلة الإضافية لتطبيقات منحنى التوزيع الطبيعي.

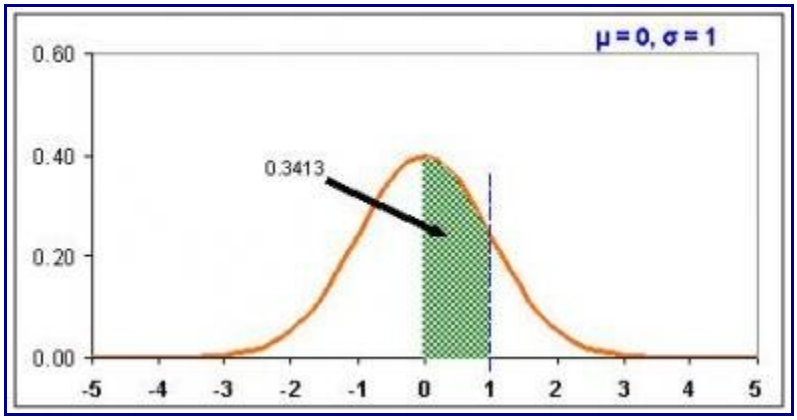
أنواع الجداول:

في هذا العصر أصبح من اليسير أن تَحسِب الاحتمالات الخاصة بمنحنى التوزيع الطبيعي باستخدام الحاسوب ولكن في نفس الوقت قد تحتاج أن تستخدم الجداول. وهناك أكثر من أسلوب عرض لهذه الجداول. فبعض هذه الجداول يعطيك المساحة على يسار القيمة فمثلا عند قيمة Z=0 يعطيك 0.5 لأن المتوسط يقسم المساحة إلى نصفين متماثلين وبالتالي فالمساحة على يمين المتوسط تساوي 0.5 لأن المساحة الكلية تحت المنحنى القياسي تساوي 1. الشكل التالي يبين مفهوم هذا الجدول. فالرقم المناظر لقيمة Z=1 هو 0.8413 وهو المساحة الكلية على يسار Z=1.



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596
0.2	0.5973	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368

وبعض الجداول يبدأ من المتوسط فيعطيك عند المتوسط (Z = 0) صفرا. ولذلك يجب النظر إلى القيمة المناظرة لـ Z =0 لكي نفهم أسلوب التعامل مع الجدول. الشكل التالي يبين معنى القيم التي تحصل عليها من هذا الجدول فالرقم المناظر لقيمة Z=1 هو 0.3413 وهو يقل عن الرقم الذي حصلنا عليه من الجدول الأول بـ 0.5 وهي قيمة المساحة على يسار المتوسط. فهذا الجدول يعطيك لمساحة المحصورة بين الرقم والمتوسط وهي المساحة المظللة باللون الأخضر. (لاحظ أن الجدول المعروض أدناه هو جزء من الجدول وليس الجدول كله)



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596
0.2	0.0973	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368

ما هي الأرقام الموجودة في أول صف؟

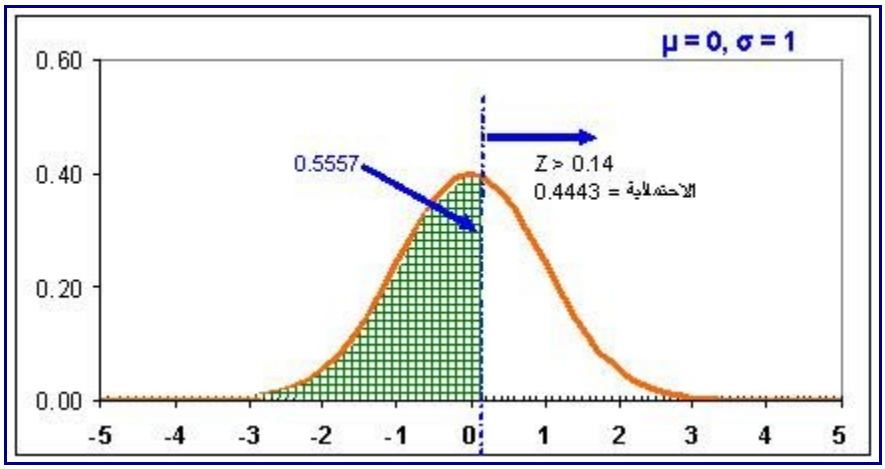
إن هذا الجدول يستخدم أسلوبا خاصا لتحديد الكسر المئوي لـ Z. افترض أننا نريد القيمة المناظرة لـ Z=0.23. إنها في الصف المناظر لـ 0.2 والعمود المناظر لـ 0.03 أي 0.2 + 0.03 = 0.23. والقيمة في الجدول الأخير هي 0.0910 وهي في الجدول الأول 0.5910 (الفارق بينهما 0.5 كما ذكرنا). ومثلا القيمة المناظرة لـ Z= 0.35 هي في الصف المناظر لـ 0.3 والعمود المناظر لـ 0.05. وهي في الجدول الأخير 0.1368 وفي الجدول الأول 0.6368.

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596
0.2	0.0973	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368

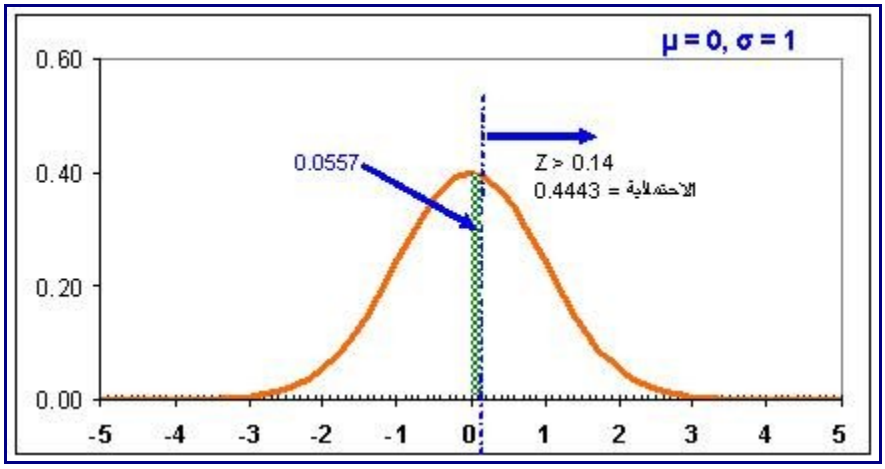
كيف نستخدم الجدول؟

على سبيل المثال لو كنا نريد أن نعرف احتمالية أن يقل المتغير عن قيمة كذا والتي هي أكبر من المتوسط فإننا نلجأ للجدول وافترض أننا وجدنا القيمة هي 0.32 وكانت القيمة عند المتوسط هي صفر فإننا نضيف 0.5 فتصبح الاحتمالية هي 0.82. أضفنا 0.5 لنضيف المساحة على يسار المتوسط. أما لو كانت القيمة في الجدول المناظرة للمتوسط هي 0.5 فإننا سنجد القيمة المناظرة لقيمة المتغير 0.82 ولن نحتاج لإضافة 0.5. الأمر يبدو في البداية صعبا ولكن بفهم الجدول وفهم المساحة التي نريد حسابها نستطيع الوصول للنتيجة الصحيحة.

افترض أنك تريد احتمالية تجاوز Z لـ 0.14. سندخل للجدول الأول ونجد القيمة المناظرة هي 0.5557. ما هذه القيمة؟ إنها المساحة الكلية على يسار Z= 0.14. ولكننا نريد المساحة على يمين Z= 0.14 لأنها هي التي تمثل احتمالية زيادة Z عن 0.14. لذلك نطرح 1- 0.5557 فنحصل على الناتج وهو 0.4443.



ولو استخدمنا الجدول الأخير لوجدنا القيمة المناظرة هي 0.0557 وهي القيمة من المتوسط وحتى 0.14. ولكننا نريد المساحة بعد 0.14 لذلك نطرح 0.5 – 0.0557 فنحصل على الناتج نفسه وهو 0.4443. كان من الممكن أن نضيف 0.5 لـ 0.0557 لكي نحصل على المساحة الكلية على يسار 0.14 ثم نطرحها من 1 كما فعلنا في الجدول الأول.



أمثلة أخرى على منحنى التوزيع الطبيعي القياسي:

المثال الأول: افترض أننا رسمنا المدرج التكراري لحجم المبيعات اليومي ووجدنا أنه يتبع منحنى التوزيع الطبيعي بمتوسط 2600 وانحراف معياري 80. ونريد أن نعرف حجم المبيعات المتوقع في 95% من الأيام.

علينا أن نسأل أنفسنا ما هي المساحة التي تبين حجم المبيعات في 95% من الأيام؟ هل المطلوبة المساحة التي تساوي 0.95 بدءا من اليسار أم من اليمين؟ في الواقع إننا نريد أن نستبعد الأرقام النادرة الحدوث. فمثلا على الرغم من أن المتوسط يساوي 2600 فإننا في بعض الأيام النادرة قد نبيع 2700 أو 2200. ولكننا لكي نتخذ بعض القرارات الإدارية نريد أن نحدد مدى لحجم المبيعات فنقول إننا في 95% من الأيام نبيع ما قيمته كذا إلى كذا. لذلك فنحن نريد أن نستبعد حجم المبيعات النادر الحدوث سواء كان كبيرا أو صغيرا.

معنى هذا أننا سنستبعد المساحة أقصى اليمين والمساحة أقصى اليسار وتبقى مساحة في الوسط تساوي 0.95. فما هي المساحة على اليمين واليسار؟ لكي نصل إلى مساحة في المنتصف تساوي 0.95 فإننا سنستبعد من الجانبين ما قيمته

1- 0.95 = 0.05. وهذه المساحة مقسمة بالتساوي على الجانبين أي اننا سنستبعد مساحة قدرها 0.025 من اليمين و 0.025 من اليسار.

فما هي القيم التي سنبحث عنها؟ إننا نريد القيمة المناظرة لمساحة 0.025 وذلك لنستبعد المساحة على اليسار. ماذا عن المساحة على اليمين؟ نظرا لأن لمساحة الكلية تساوي واحد فإننا نبحث عن المساحة المناظرة لـ 1 – 0.025 = 0.0975. لقد قمنا بالطرح من 1 لأن الجداول لا تعطي المساحة لعى اليمين بل تعطينا دائما المساحة على اليسار.

نستخدم الجداول فنبحث بطريقة عكسية لما لتبعناه سابقا. إننا نبحث عن قيمة المساحة (الاحتمال) ثم نحدد قيمة Z المناظرة لها. في الأمثلة السابقة كنا نعرف Z ونريد المساحة المناظرة لها ولكننا هنا نفعل العكس حسب طبيعة السؤال. ويمكن استخدام الحاسوب ولكننا هنا سنستخدم الدالة

NORMSINV

فنكتب في أي خلية

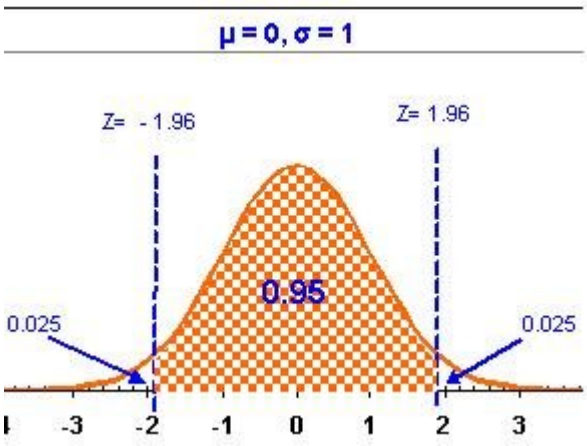
(NORMINV (0.025

فنحصل على -1.96

ثم نكتب

(NORMINV (0.975

فنحصل على 1.96



فنحن نبيع ما يوازي Z=-1.96 وحتى 1.96 في 95% من الأيام. فما هي القيمة الحقيقة المناظرة لـ Z= -1.96 و Z = 1.96؟ نستخدم نفس المعادلة المعتادة ولكننا هنا نريد تحديد X بمعرفة قيمة Z فتصبح المعادلة كالتالي

$$X = \mu + Z * \sigma$$

وبالتعويض

$$X= 2600 + (-1.96) * 80 = 2443$$

$$X= 2600 + (1.96) * 80 = 2757$$

أي أننا في 95% من الأيام نبيع ما يتراوح بين 2443 و 2757. ويمكن أن نقول ذلك بصيغة أخرى وهي أننا متأكدين بنسبة 95% أننا نبيع ما يتراوح بين 2443 و 2757.

المثال الثاني: افترض أننا نبيع وجبات سريعة وفكرنا في أن نلتزم بان نقدم الوجبة مجانا إذا تم تسليم الوجبة بعد أكثر من زمن محدد. في هذه الحالة نحن نحاول إرضاء العميل ولكننا لا نريد أن نقدم نصف أو ربع الوجبات مجانا. لذلك ينبغي أن يكون لدينا تقدير لعدد الوجبات التي قد نقدمها مجانا. لذلك قمنا بقياس زمن إعداد الوجبة على مدار عدة أيام فحصلنا على بيانات تشبه منحنى التوزيع الطبيعي بمتوسط 15 دقيقة وانحراف معياري دقيقتين. ونريد أن نحدد الزمن الذي سنتجاوزه في 10% من الحالات وكذلك في 1% و 5% من الحالات لكي نقرر ما هو الزمن الذي سنلتزم به؟

ما هي المساحة التي نريد حسابها؟ إننا لا نريد حساب مساحة بل نبحث عن قيمة Z المناظرة لمساحة ما. فما هي المساحة؟ هل هي 0.1؟ إننا نريد المساحة التي تناظر Z التي سنتجاوزها في 10% من الحالات أي لن نتجاوزها في 90% من الحالات. فنحن نريد قيمة Z المناظرة لمساحة 0.9. وبنفس الطريقة نريد حساب Z المناظرة لـ 0.99 و 0.95.

باستخدام الحاسوب والدالة NORMSINV نحصل على قيم Z كالآتي:

Z= 1.28 …0.90

Z= 1.64… 0.95

Z= 2.32 …0.99

ما هو الزمن المناظر لهذه القيم لـ Z أي ما هي قيم X المناظرة لـ Z؟ نستخدم نفس المعادلة

$$X = \mu + Z * \sigma$$

بالحساب نحصل على قيم X وهي على التوالي: 17.6، 18.3، 19.7. معنى ذلك أننا نقدم الوجبة في أقل من 17.6 دقيقة في 90% من الحالات ونقدمها في أقل من 18.3 دقيقة في 95% من الحالات ونقدمها في أقل من 19.7 دقيقة في 99% من الحالات.

بذلك نكون قد قدمنا لإدارة المطعم معلومات عظيمة تمكنهم من اختيار الزمن الذي سنتلزم به تجاه العميل. فعلينا أن نحسب تكلفة 10% من الوجبات و 5% من الوجبات و 1% من الوجبات ونختار ما هو مناسب من ناحية التكلفة والمنافسة.

كما ترى فإن منحنى التوزيع الطبيعي هو أداة عظيمة لاتخاذ قرارات إدارية مبنية على الحسابات وليست بالتخمين. وانظر إلى حجم المخاطرة لو التزمنا بزمن محدد للوجبة بدون إجراء هذه الحسابات.

في المقالة التالية إن شاء الله نستعرض نظرية الحد المركزية وكذلك بعض التوزيعات الأخرى.

من مراجع المقالة:

Applied Statistical Methods, W. Carlson and B. Thorne, Prentice Hall, 1997

Statistics for Managers, Levine et al., Prentice Hall, 1999

مقالات ذات صلة:

منحنى التوزيع الطبيعي

تلخيص البيانات

تلخيص البيانات باستخدام برنامج إكسل

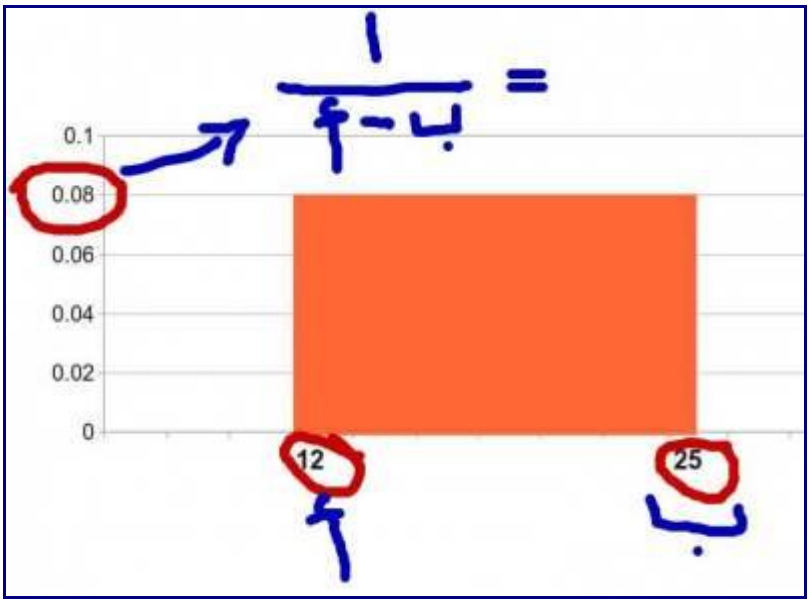
بعض التوزيعات الأخرى

مارس 5, 2010

تعرفنا على التوزيع الطبيعي ولكن التوزيع الطبيعي ليس وحيدا فهناك توزيعات أخرى مثل التوزيع المنتظم والأسي. فعندما نجمع البيانات ونرسم المدرج التكراري قد نجد أنها تتبع التوزيع الطبيعي أو غيره. في هذه المقالة نتعرف على توزيعات احتمالية أخرى. وهذه التوزيعات الاحتمالية ليست حسابات رياضية معقدة ولا هي أمر نظري لا علاقة له بالعمل. هذه التوزيعات الاحتمالية تستخدم في مجالات شتى من مجالات العمل فهي تستخدم لدراسة سرعة الخدمة ومعدل وصول العملاء وتستخدم لتحليل معدل المشاكل في المعدات وتستخدم لمحاكاة أي عملية وتستخدم لدراسة حجم المبيعات. ويمكننا التعامل مع هذه التوزيعات بدون الدخول في تعقيدات رياضية لأنه يمكننا استخدام الحاسوب.

التوزيع المنتظم Uniform Distribution:

التوزيع المنتظم يختلف عن التوزيع الطبيعي في أن احتمالية وقوع المتغير بين أي قيمتين لا يتغير. فلو كان لدينا توزيع منتظم لطول المنتج من 10.5 إلى 11.00 فإن احتمالية أن يكون طول المنتج بين 10.5 و 10.6 تساوي احتمالية أن يكون طول المنتج بين 10.7 و 10.8 وهي نفس احتمالية أن يكون طول المنتج بين 10.8 و 10.9 وهكذا. فالتوزيع منتظم ولا يزداد في المنتصف كما في حالة التوزيع الطبيعي.



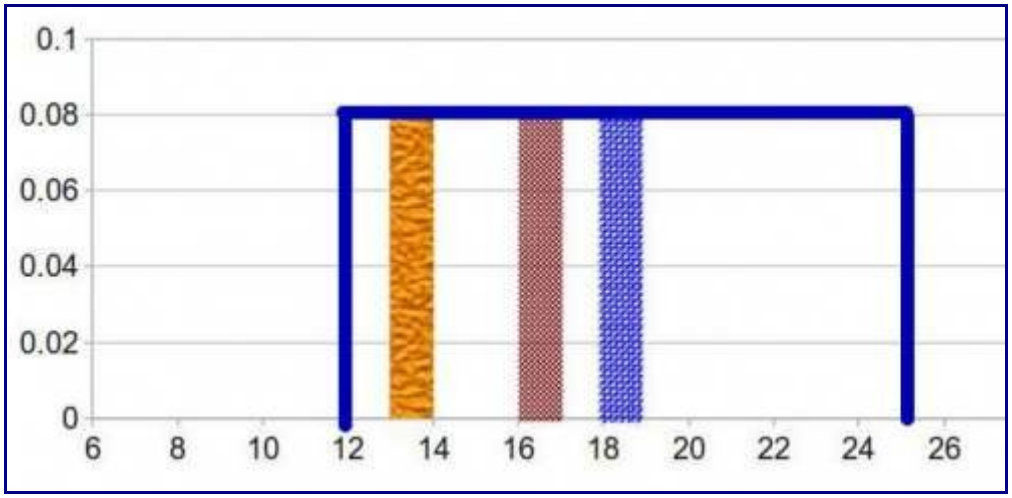
التوزيع المنتظم هو توزيع يبين أن المتغير يقع بين قيمتين محددتين هما أ و ب. فالرسم أعلاه يبين أن هذا المتغير يقع بين 12 و 25 فهو لا يقل عن 12 ولا يزيد عن 25. ويبين كذلك أن وقوع المتغير بين قيمتين مثل 12و 14 تساوي احتمالية وقوع المتغير بين 17 و 19 أو بين 21 و 23 وهكذا. والمساحة تحت المنحنى كما هي الحالة في منحنى التوزيع الطبيعي تساوي 1 ولذلك فإن الخط الأعلى عند

1 / (ب – أ)

وهو في هذه الحالة = 1/ (12 – 25) =0.08.

المتوسط في منحنى التوزيع المنتظم يساوي (أ +ب) / 2 وهو في هذه الحالة يساوي (12 + 25) / 2 = 18.5. أما الانحراف المعياري فيساوي الجذر التربيعي لـ (ب – أ) ^{2} / 12 وهو في هذه الحالة يساوي 3.75.

كيف نفهم عملية توزيع الاحتماليات توزيعا منتظما؟ إن الاحتمالية هنا يتم قياسها بالمساحة تحت المنحنى. فلو أردنا أن نقيس احتمالية وقوع المتغير بين 13 و 14 فإننا نحسب المساحة تحت المنحنى. وبما أن هذه المساحة هي عبارة عن مستطيل له ارتفاع يساوي 0.08 في هذا المثال فإن احتمالية وقوع المتغير بين 16 و 17 أو 18 و 19 هي نفس احتمالية وقوع المتغير بين 13 و 14 لأن المساحات متساوية.



التوزيع المنتظم يتميز بسهولة فهمه وهو يستخدم عادة لتخليق أرقام عشوائية. ويستخدم التوزيع المنتظم كافتراض مبدئي لتوزيع بيانات لا نعرف توزيعها مثل أي عملية جديدة.

التوزيع الأسي Exponenetial Distribution:

التوزيع الأسِّي هو من التوزيعات المهمة لأن له تطبيقات عديدة من أشهرها نظرية الطوابير أو خطوط الانتظار Queueing Theory. فالفترة الزمنية ما بين وصول عميل وآخر لمركز الخدمة يتبع عادة التوزيع الأسي ولذلك فإن نظرية خطوط الانتظار تعتمد على التوزيع الأسي. وكلمة أسِّي هنا هي من الأس مثل أن تقول 2 أس 3 فتكتبها 2^3. والسبب في هذه التسمية أن هذا التوزيع يعتمد على معادلة رياضية أسيِّة. وهذه المعادلة هي:

$$س(ت) = م \ هـ^{-م ت}$$

أو $$f(t) = \lambda \ e - \lambda t$$

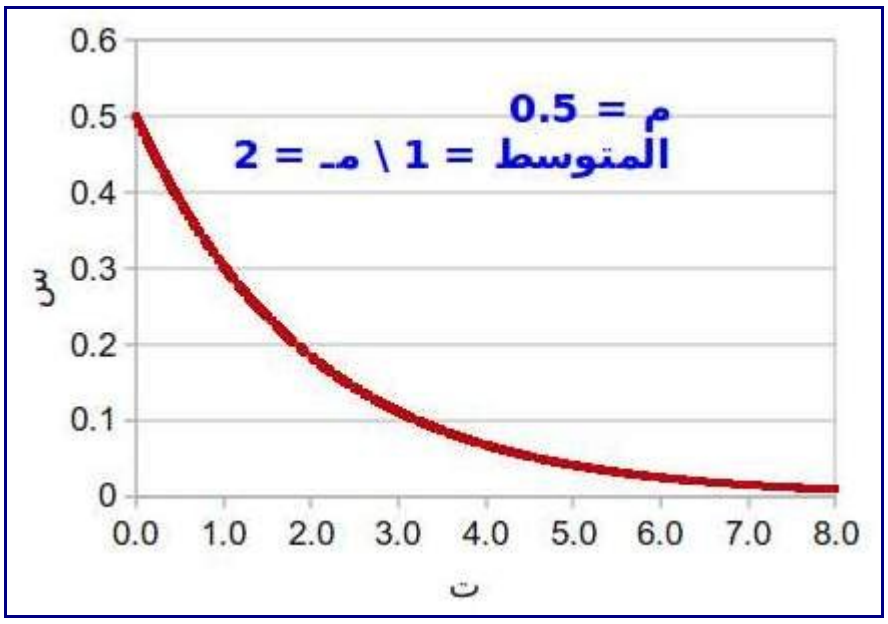
حيث س(ت) هي قيمة هذه المعادلة.

ت أو t هي الفترة الزمنية بين وصول عميل وآخر

م أو λ هي معدل وصول العملاء في الدقيقة (أو الثانية)

هـ أو e هي أساس اللوغاريتم الطبيعي أو ببساطة هو ثابت يساوي 2.718

وهذا التوزيع يأخذ الشكل التالي:



ومتوسط هذا التوزيع يتم حسابه بالمعادلة: المتوسط = 1 \ م وهي تعبر عن متوسط الفترة الزمنية بين وصول عميل وآخر. وكما تلاحظ فالتوزيع ليس منتظما ولا موزعا بالتماثل حول المتوسط. والذي يحدث في الطبيعة هو أن الزمن بين وصول عميل وآخر يأخذ في الأغلب قيما في مدى محدد فهو في هذا المثال بين 0 و 3 تقريبا ثم قد يكون الزمن بين وصول أي عميلين طويلا جدا في أحيان قليلة وهذا هو ما يمثله هذا المنحنى. فيمكنك بمجرد النظر أن تلحظ أن المساحة تحت المنحنى بين 0 و 1 أكبر منها بين 1 و 2 وتلك أكبر من المساحة بين 2 و 3 وهكذا حتى تجد المساحة بين 7 و 8 تقترب من الصفر.

وعندما تتبع عملية الوصول هذا المنحنى فإنه يصبح من السهل حساب احتمالية أن يكون الزمن بين كل عميلين أكبر من قيمة ما أو أقل من قيمة ما أو بين قيمتين محددتين. فلمعرفة احتمالية أن يكون الزمن بين وصول عميلين أقل من قيمة ما (ت $_1$) نستخدم المعادلة التالية:

$$1 - هـ^{-م ت_1}$$

ففي المثال السابق فإن معدل وصول العملاء هو نصف عميل كل دقيقة فيمكن حساب متوسط الفترة الزمنية بين كل عميلين وهي تساوي 1 \ م = 2 دقيقة. فما هي احتمالية أن تكون الفترة بين عميلين أقل من 0.3 دقيقة. نستخدم المعادلة فنحصل على 0.14. أي أن احتمالية أن تكون الفترة بين عميلين أقل من 0.3 دقيقة هي 14%. ويمكن الوصول لنفس النتيجة باستخدام إكسل أو كالك (المكتب المفتوح) حيث نستخدم الدالة EXPONDIST كالتالي

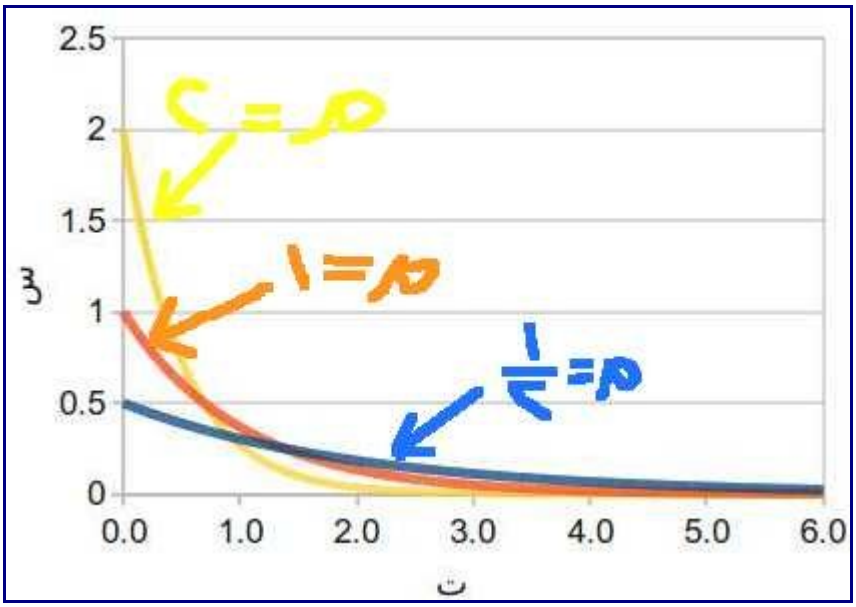
=EXPONDIST(0.3,0.5,1)

وبنفس الطريقة يمكننا حساب احتمالية أن يكون الزمن بين وصول عميلين أقل من 7 دقائق فنجده 0.97 أي 97%. ومعنى هذا أن احتمالية أن يكون الزمن بين وصول عميلين أكبر من 7 دقائق هو 3% فقط.

التوزيع الأسي يستخدم عادة كتوزيع للزمن بين وصول العملاء سواء كانوا بشرا أو معدات وكذلك لتوزيع الزمن بين حدوث عطلين في ماكينة. كما يستخدم لتوزيع زمن الخدمة. ولو فكرت في زمن خدمة العميل لوجدت أنه في الأغلب يقع في مدى محدد بين صفر وقيمة ما ولكن هذا لا يمنع أنه من آن لآخر فإن عميلا يأخذ وقتا أطول بكثير ليستوفي خدمته.

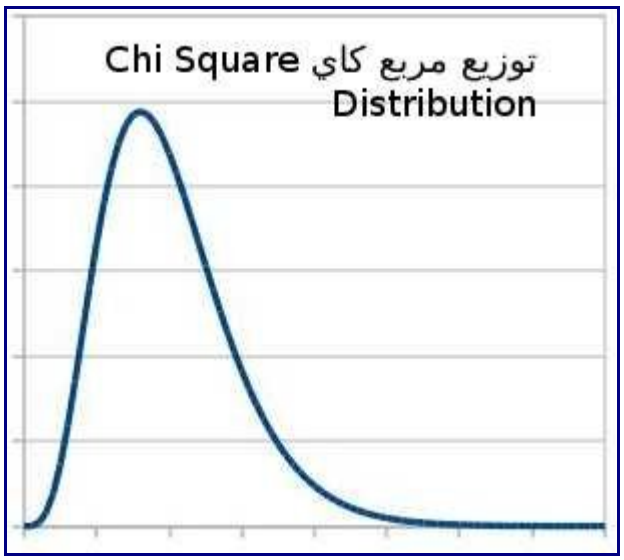
افترض أن معدل حدوث عطل في ماكينة ما هو مرة واحدة في الشهر ونريد معرفة احتمالية أن تكون الفترة الزمنية بين عطلين هي بين أسبوع وأسبوعين. يمكننا أن نستخدم الحاسوب فنحسب احتمالية أن تكون الفترة الزمنية أقل من أسبوع (0.21) ثم أقل من أسبوعين (0.37) ثم نطرح النتيجتين فنحصل على 0.16 أي 16%.

كيف يؤثر تغير معدل حدوث الأعطال أو وصول العملاء أو زمن الخدمة على شكل هذا المنحنى؟ الشكل التالي يبين ثلاثة منحنيات تمثل كل منها قيمة مختلفة لمعدل الوصول فهي على التوالي 0.5، 1 ، 3. دعنا نقارن احتمالية أن يطول الفاصل بين وصول عميلين عن 2. باستخدام الحاسوب نحسب احتمالية أن يقل الزمن عن 2 لكل منحنى فنحصل على 0.63، 0.86 0.95 على التوالي. ولكننا نريد احتمالية أن يطول الفاصل عن 2 وليس أن يقل عن 2. لذلك نطرح كل قيمة من 1 فنحصل على 0.37، 0.14، 0.05 أي 37%، 14%، 5%.

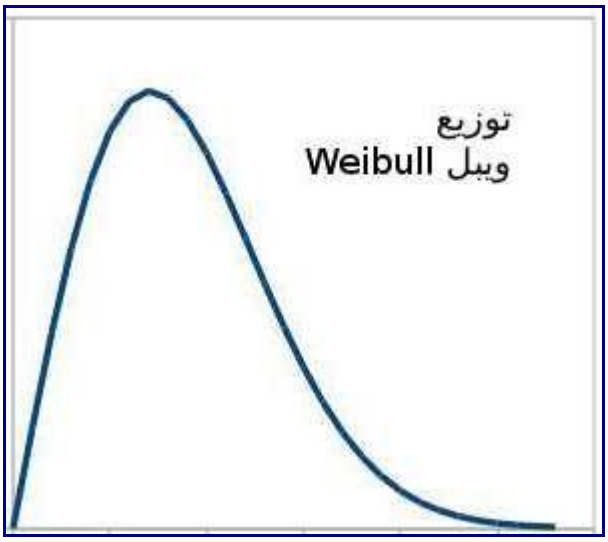


توزيعات أخرى:

وهناك توزيعات نظرية كثيرة مثل: توزيع مربع كاي Chi Sqaure Distribution والذي له بعض التطبيقات الإحصائية مثل اختبار مربع كاي. الشكل التالي يبين شكل منحنى مربع كاي. لاحظ أن شكل هذا التوزيع يختلف عن التوزيع الطبيعي في أنه غير متماثل حول المتوسط بل هو منحرف تجاه اليمين.



وهناك توزيع وَيبل Weibull Distribution



وهنـاك توزيـع بيتـا Beta Distribution والتوزيـع المثلـثي Triangular Distribtion وتوزيـع ف F Distribution وتوزيع ت t Distribution. ولكل منها معادلة مختلفة وشكل مختلف وتطبيقات مختلفة. وهنـاك برامج تساعد على البحث عن التوزيع الاحتمالي المناسب للبيانات الحقيقية منها برنامج Stat::Fit.

ولكن على الرغم من كثرة التوزيعات فإن منحنى التوزيع الطبيعي هو أكثرها استخداما نظرا لأن الكثير من الأمور تتبع التوزيع الطبيعي ونظرا لإمكانية استخدام التوزيع الطبيعي بدلا من أي توزيع آخر عند تجميع البيانات باستخدام عينات وهذا ما سنناقشه في المقالة التالية إن شاء الله عند الحديث عن نظرية الحد المركزية. وهذا لا يعني الاستغناء تماما عن التوزيعات الأخرى فإن هناك بعض الاختبارات الإحصائية التي تعتمد على هذا التوزيع أو ذاك. كما وأننا في بعض التطبيقات مثل المحاكاة نبحث عن التوزيع الذي يمثل البيانات لكي نقوم باستخدامه في نموذج المحاكاة وذلك لمحاكاة التغيرات التي تحدث في الطبيعة بنفس قيمتها وتغيرها.

من مراجع المقالة:

Simulation Modeling and Analysis, Law and Lelton, Third Edition, McGrawHill, 2000

Simulation Using Promodel, Harrel et al., McGrawHill, 2000
Applied Statistical Methods, W. Carlson and B. Thorne, Prentice Hall, 1997
Statistics for Managers, Levine et al., Prentice Hall, 1999
The Six Sigma Handbook, Pyzdek, McGrawHill, 2003

نظرية الحد المركزية...Central Limit Theorem

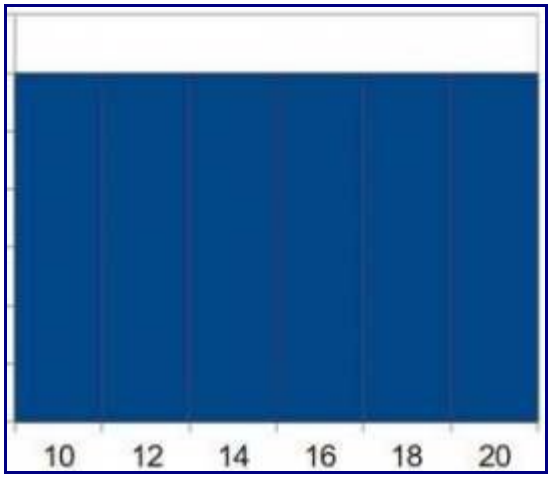
مارس 10, 2010

تعرفنا على التوزيع الطبيعي وعلى عدد من التوزيعات الأخرى. في هذه المقالة نستعرض نظرية الحد المركزية والتي تجعلنا نستطيع استخدام التوزيع الطبيعي في حالات لا يتبع فيها توزيع البيانات التوزيع الطبيعي.

نظرية الحد المركزية Central Limit Theory:

افترض أنك جمعت بيانات عن طول المنتج ووجدها تتبع توزيعا منتظما أو توزيعا أسيّاً. في هذه الحالة لا تستطيع استخدام التوزيع الطبيعي. ولكن في الواقع فإننا نقوم بقياس 50 قطعة كل ساعتين ثم نسجل متوسط الطول وهكذا. أي أننا نأخذ عينات كل فترة زمنية ونسجل متوسط قيم مفردات هذه العينة. معنى ذلك أننا نتعامل مع متوسط العينات. نظرية الحد المركزية تقول أنه يمكننا أن نستخدم التوزيع الطبيعي في هذه الحالة وفي أي حالة مماثلة. أمر عجيب ورائع. نعم رائع لأن معظم تعاملنا سيكون مع منحنى التوزيع الطبيعي الشهير والسهل ولن نشتت جهدنا بين توزيعات كثيرة وتعقيدات حسابية. وهو أمر عجيب لأننا نقول أن المتغير الذي نقيسه لا يتبع التوزيع الطبيعي ثم نقول أنه يمكننا أن نستخدم التوزيع الطبيعي.

دعنا نفكر في الأمر. افترض أن الطول موزع بانتظام بين 10 و 20. ما الذي يحدث عندما نأخذ 50 عينة عشوائية ثم نحسب المتوسط؟



إننا لو رسمنا توزيع الطول لهذه العينة لوجدناه يتبع التوزيع المنتظم. ولكننا لا نفعل ذلك. إننا نحسب متوسط الطول أي نحصل على متوسط 50 قطعة. ما الذي يحدث مع العينة الثانية ثم الثالثة ثم الرابعة. لا نتوقع أن يكون متوسط العينات متساو تماما ولكن نتوقع أن يكون متأرجحا حول قيمة ما هي قيمة المتوسط لكل القطع المنتجة. ولكن هل شكل هذه المتوسطات أي توزيعها سيكون منتظما؟ لا إنه يتبع التوزيع الطبيعي. لماذا؟ لأنك لو أخذت العينات بشكل عشوائي فإن متوسطها سيكون متأرجحا حول متوسط كل العينات أو كل القطع المنتجة خلال عدة أيام.

في هذا المثال افترض أن كل عينة تتكون من ثلاث قطع فقط. لنجرب معا بعض العينات الافتراضية:

العينة الأولى: 11، 15، 18. المتوسط = 14.7

العينة الثانية: 10، 12، 18. المتوسط = 13.3

العينة الثالثة: 13، 16، 19. المتوسط = 16

العينة الرابعة: 11، 14، 20. المتوسط = 15

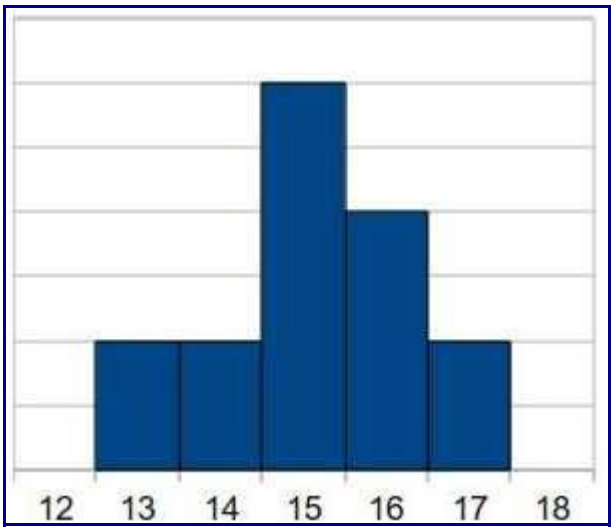
العينة الخامسة: 17، 13، 16. المتوسط = 15.3

العينة السادسة: 10، 17، 18. المتوسط = 15

العينة السابعة: 15، 13، 11. المتوسط = 13

العينة الثامنة: 18، 17، 15. المتوسط=16.7

افترض أن نفس النتائج تقريبا تكررت لمدة أربعة أيام. دعنا نرسم المدرج التكراري لمتوسط هذه العينات.



ألا يُذكرك هذا المنظر بمنحنى التوزيع الطبيعي؟ ربما ليس دقيقا ولكنه قريب منه. لقد استخدمنا 3 قطع في كل عينة ولو استخدمنا 5 لاقتربنا أكثر من التوزيع الطبيعي ولو استخدمنا 10 لاقتربنا كثيرا جدا من لتوزيع الطبيعي ولو استخدمنا 30 فإننا نصل إلى التوزيع الطبيعي مهما كان التوزيع الأصلي.

ما الذي يحدث؟ إنك عندما تنتقي العينات بشكل عشوائي فإنك تأخذ من أقصاها ومن أدناها فيكون المتوسط قريبا من المتوسط العام. وهكذا فإن العشوائية في الاختيار تضمن أن يكون متوسط العينة قريبا من المتوسط العام. وقد يحدث أحيانا أن تكون عينة مائلة ناحية اليمين أو اليسار ولكن هذا يكون قليلا. وهذا هو نفس وصف منحنى التوزيع الطبيعي حيث تتوزع معظم البيانات حول المتوسط وتوجد بعض القيم المتطرفة يمينا ويسارا.

هذا الأمر يحدث مهما كان التوزيع الأصلي للبيانات. ولكن قد نصل للتوزيع الطبيعي مع صغر العينة وقد نحتاج لعينة كبيرة لنصل للتوزيع الطبيعي. والمقصود بحجم العينة هنا هو عدد مفرداتها أي عدد القطع التي نقيسها في المثال السابق. ونظرا لأن القياس عن طريق العينات هو أمر شائع فإننا نستطيع استخدام المنحنى الطبيعي كثيرا.

في حالة ما إذا توزيع البيانات الأصلية يتبع التوزيع الطبيعي فمن البديهي أن توزيع متوسط أي عينات سيكون توزيعا طبيعيا مهما صغر حجم العينة. أما إذا لم يكن توزيع البيانات الأصلية يتبع التوزيع الطبيعي فإن توزيع متوسط العينات يتبع التوزيع الطبيعي إذا كان حجم العينات حوالي 15 إذا كان التوزيع الأصلي متماثل أو 30 على الأقل إذا كان التوزيع الأصلي غير متماثل مثل التوزيع الأسي.

ومتوسط هذه العينات يساوي متوسط مجتمع الدراسة أما الانحراف المعياري لمتوسط العينات فيساوي الانحراف المعياري لمجتمع الدراسة مقسوما على الجذر التربيعي لحجم العينات. ولهذه العلاقات بعض الاستخدامات الإحصائية التي قد نستعرضها في مناسبة أخرى إن شاء الله.

وهذه النظرية تساعدنا على استخدام خرائط المراقبة Control Chart والتي تعتمد على منحنى التوزيع الطبيعي. ويمكننا الآن أن نعرف لماذا يتم رسم الحد الأدنى والأعلى على بعد (3 * الانحراف المعياري) من المتوسط ولماذا

يتم الاعتماد على خصائص منحنى التوزيع الطبيعي دون غيره في الحكم على خرائط المراقبة. وهذا هو موضوعنا الذي بدأناه في مقالة سابقة ويمكننا الآن أن نستكمله بمشيئة الله في المقالات التالية. ولكن علينا ألا ننسى أن نظرية الحد المركزية يتم تطبيقها في تحاليل إحصائية كثيرة خلاف خرائط المراقبة. كما أنه جدير بالإشارة إلى أننا لا نلغي التوزيعات الأخرى فقد نحتاجها في بعض الأحيان وبعض الاختبارات الإحصائية وبعض النظريات مثل استخدام التوزيع الأسي في نظرية الطوابير واستخدام التوزيعات المختلفة في المحاكاة.

من مراجع المقالة:

Applied Statistical Methods, W. Carlson and B. Thorne, Prentice Hall, 1997
Statistics for Managers, Levine et al., Prentice Hall, 1999
The Six Sigma Handbook, Pyzdek, McGrawHill, 2003
The Lean Six Sigma Pocket ToolBook, George at al., McGrawHill, 2005